

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ «Государственный академический университет
гуманитарных наук»

Экономический факультет

Магистерская программа «Междисциплинарный Анализ
Социально-Экономических Процессов»

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

На тему:

Исследование распространения микро-шоков
в макроэкономических многосекторных моделях

Студент:

Бондаревич Павел Андреевич

Научный руководитель:

д. ф.-м. н., профессор Леонидов А. В.
(должность, звание, ФИО)

Рецензент:

(должность, звание, ФИО)

Москва, 2018 г.

Содержание

Введение	3
1. Равновесие в многосекторных моделях	4
1.1. Решение задачи производителя	4
1.2. Решение задачи потребителя с независимыми частным и государственным потреблением	6
1.3. Решение задачи потребителя с взаимозаменяемыми частным и государ- ственным потреблением	8
1.4. Модели с ненулевой прибылью	10
1.5. Многосекторная модель с несовершенной конкуренцией и финансовым ограничением	11
1.6. Шоки изменения налоговой системы	12
1.7. Переменная норма прибыли в динамике	13
1.8. Модели с производственной функцией CES	14
2. Анализ российских таблиц Затраты–Выпуск	17
2.1. Динамическая модель структуры таблиц Затраты–Выпуск	17
2.2. Анализ корреляций	18
2.3. Оптимизационная задача подгонки модели под данные	20
Заключение	24
Список литературы	25
Приложение 1	26

Введение

Многосекторные модели описывают сеть производственных связей Затраты-Выпуск, посредством которых маленькие шоки от отдельной фирмы (или сектора) усиливаются и распространяются по экономике.

В первой части работы изучаются принятые в современной научной литературе многосекторные модели и их модификации. Формулируются условия равновесия, определяются значения переменных модели, выводится выражение для реакции выпуска на шоки. За основу взята модель из (Acemoglu, 2015) с государством, совершенной конкуренцией и производственной функцией Кобба-Дугласа с постоянной отдачей от масштаба, где исследуются технологические шоки и шоки госрасходов. Проводится ряд модификаций, формализующих действия государства. Изучаются модели с несовершенной конкуренцией и финансовым ограничением, а также другие подходы, объясняющие, как складывается прибыль фирм в общей структуре издержек.

Затем рассматривается многосекторная модель с производственной функцией CES из (Carvalho, 2016). При такой производственной функции в общем случае не решается в явном виде система уравнений, определяющая условия равновесия. Поэтому вокруг одной особой точки выводится выражение для реакции выпуска на технологические шоки, на основе которого делаются выводы о характере распространения шоков в зависимости от параметров производственной функции. Изучается проблематика исследования распространения шоков и методы анализа, изучается вывод выражения для реакции выпуска на технологические шоки. Строится модификация модели с налогами и госрасходами, с тем чтобы вывести выражение для реакции выпуска на шоки госрасходов.

Заключительная часть посвящена анализу российских таблиц Затраты-Выпуск. С тем чтобы в наблюдаемых коэффициентах затрат разделить собственно технологические коэффициенты производственной функции и решения фирм по максимизации прибыли в условиях рыночных и финансовых ограничений. Исследуется, как доля прибыли в выпуске связана с долями затрат.

1. Равновесие в многосекторных моделях

Изложение ведётся в стандартных обозначениях, принятых в (Acemoglu, 2015). Повторены более развернуто вычисления для модели оттуда, и проведено несколько модификаций, формализующих действия государства.

1.1. Решение задачи производителя

С производственной функцией Кобба-Дугласа при совершенной конкуренции цены относительно зарплаты ω определяются только производственной стороной экономики, только параметрами производственной функции, и не зависят от стороны спроса, частного либо государственного.

Задача минимизации издержек:

$$\omega l_i + \sum_j p_j x_{ij} \xrightarrow{l_i, x_{ij}} \min \quad (1)$$

$$s.t. : Z_i l_i^{\alpha_i^l} \prod_j x_{ij}^{a_{ij}} = y_i \quad (2)$$

Где $\alpha_i^l + \sum_j a_{ij} = 1$.

Лагранжиан с множителем Лагранжа μ :

$$L = \omega l_i + \sum_j p_j x_{ij} + \mu(y_i - Z_i l_i^{\alpha_i^l} \prod_j x_{ij}^{a_{ij}}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial l_i} L = \omega - \mu \alpha_i^l \frac{y_i}{l_i} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_{ij}} L = p_j - \mu a_{ij} \frac{y_i}{x_{ij}} = 0 \quad (5)$$

Откуда:

$$\frac{x_{ij}}{x_{ik}} = \frac{p_k a_{ij}}{p_j a_{ik}}, \frac{x_{ij}}{l_i} = \frac{\omega a_{ij}}{p_j \alpha_i^l} \Rightarrow x_{ij} = \frac{\omega a_{ij}}{p_j \alpha_i^l} l_i \quad (6)$$

$$\omega = \mu \alpha_i^l \frac{y_i}{l_i} = \mu \alpha_i^l \frac{Z_i l_i^{\alpha_i^l} \prod_j x_{ij}^{a_{ij}}}{l_i} = \mu \alpha_i^l \frac{Z_i l_i^{\alpha_i^l} \prod_j (\frac{\omega a_{ij}}{p_j \alpha_i^l} l_i)^{a_{ij}}}{l_i} = \mu \alpha_i^l Z_i \prod_j (\frac{\omega a_{ij}}{p_j \alpha_i^l})^{a_{ij}} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{Z_i \alpha_i^l} \frac{\omega}{\prod_j (\frac{p_j \alpha_i^l}{\omega a_{ij}})^{a_{ij}}} = \frac{1}{Z_i} (\frac{\omega}{\alpha_i^l} \prod_j (\frac{\alpha_i^l}{\omega})^{a_{ij}}) \prod_j (\frac{p_j}{a_{ij}})^{a_{ij}} = \frac{1}{Z_i} (\frac{\omega}{\alpha_i^l})^{\alpha_i^l} \prod_j (\frac{p_j}{a_{ij}})^{a_{ij}} = \\ &= c_i(p, \omega) \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\mu = c_i(p, \omega)$ — функция затрат на единицу выпуска (unit cost function).

$$\omega l_i = \mu \alpha_i^l y_i$$

$$p_j x_{ij} = \mu a_{ij} y_i$$

Суммируя это:

$$\omega l_i + \sum_j p_j x_{ij} = \mu y_i (\alpha_i^l + \sum_j a_{ij}) = \mu y_i = c_i(p, \omega) y_i \quad (9)$$

Условие нулевой прибыли (zero profit condition) означает $p_i = c_i(p, \omega)$, из чего определяются цены. Поясним это условие.

Задача максимизации прибыли:

$$p_i Z_i l_i^{\alpha_i^l} \prod_j x_{ij}^{a_{ij}} - \omega l_i - \sum_j p_j x_{ij} \xrightarrow{l_i, x_{ij}} \max \quad (10)$$

s.t. : No

$$\frac{\partial}{\partial l_i} : p_i \alpha_i^l \frac{y_i}{l_i} - \omega = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_{ij}} : p_i a_{ij} \frac{y_i}{x_{ij}} - p_j = 0 \quad (12)$$

Откуда:

$$p_i \alpha_i^l y_i = \omega l_i$$

$$p_i a_{ij} y_i = p_j x_{ij}$$

Суммируя это:

$$p_i y_i (\alpha_i^l + \sum_j a_{ij}) = p_i y_i = \omega l_i + \sum_j p_j x_{ij} \quad (13)$$

Условие нулевой прибыли (zero profit condition) происходит из свойства производственной функции, что сумма долей всех факторов производства в выпуске равна 1.

$$p_i y_i = \omega l_i + \sum_j p_j x_{ij} = c_i(p, \omega) y_i \Rightarrow p_i = c_i(p, \omega) \quad (14)$$

Равенство $p_i = c_i(p, \omega)$ в логарифмах:

$$\ln p_i = -\ln Z_i + \ln c_i(p, \omega) = \alpha_i^l \ln \omega + \sum_j a_{ij} \ln p_j - \alpha_i^l \ln \alpha_i^l - \sum_j a_{ij} \ln a_{ij} \quad (15)$$

В матричной форме:

$$\ln p = A \ln p + b = (I - A)^{-1} b \quad (16)$$

Где компоненты вектора b :

$$b_i = -\ln Z_i + \alpha_i^l \ln \omega - \alpha_i^l \ln \alpha_i^l - \sum_j a_{ij} \ln a_{ij} \quad (17)$$

Здесь можно было бы допустить в разных секторах свои номинальные зарплаты ω_i . А выбирается везде одинаковая зарплата $\omega = 1$, либо при другом численном значении все

цены будут соответственно пропорциональны этой одинаковой зарплате.

1.2. Решение задачи потребителя с независимыми частным и государственным потреблением

Когда государственное потребление не влияет на частную полезность, как считается в (Acemoglu, 2015). Государственное потребление задаётся экзогенно.

$$u = \gamma(l) \prod_i c_i^{\beta_i} \xrightarrow{l, c_i} \max \quad (18)$$

$$s.t. : \sum_i p_i c_i = l\omega - T \quad (19)$$

Где $\sum_i \beta_i = 1$, $T = \sum_j p_j G_j$.

Лагранжиан с множителем Лагранжа μ :

$$\mathbf{L} = \gamma(l) \prod_i c_i^{\beta_i} + \mu(\omega l - T - \sum_i p_i c_i) \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial l} \mathbf{L} = \frac{\gamma'(l)u}{\gamma(l)} + \mu\omega = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial c_i} \mathbf{L} = \beta_i \frac{u}{c_i} - \mu p_i = 0 \quad (22)$$

Откуда:

$$u\beta_i = \mu p_i c_i \Rightarrow u \sum_i \beta_i = \mu \sum_i p_i c_i \Rightarrow \mu = \frac{u}{l\omega - T} \quad (23)$$

$$p_i c_i = \beta_i (\omega l - T) \quad (24)$$

$$\frac{\gamma'(l)}{\gamma(l)} = -\frac{\mu\omega}{u} = -\frac{\omega}{l\omega - T} \quad (25)$$

В (Acemoglu, 2015) считается $\gamma(l) = (1-l)^\lambda$, а рассмотрим в общем виде $\gamma(l) = (l_{max} - l)^\lambda$.

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\omega l - T} &= -\frac{\gamma'(l)}{\gamma(l)} = -\frac{-\lambda(l_{max} - l)^{\lambda-1}}{(l_{max} - l)^\lambda} = \frac{\lambda}{l_{max} - l} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \lambda(\omega l - T) = \omega(l_{max} - l) \Rightarrow l = \frac{\omega l_{max} + \lambda T}{\omega + \lambda\omega} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} p_i c_i &= \beta_i (\omega l - T) = \beta_i \left(\frac{\omega l_{max} + \lambda T}{1 + \lambda} - T \right) = \frac{\beta_i}{1 + \lambda} (\omega l_{max} - T) = \\ &= \frac{\beta_i}{1 + \lambda} (\omega l_{max} - \sum_j p_j G_j) \end{aligned} \quad (27)$$

$$d(p_i c_i) = -\frac{\beta_i}{1 + \lambda} dT = -\frac{\beta_i}{1 + \lambda} \sum_j d(p_j G_j) \quad (28)$$

Цены определяются только производственной стороной экономики. При заданных ценах уравнение для выпуска включает промежуточное потребление, частное потребление

и государственное потребление.

$$y_i = \sum_j x_{ji} + c_i + G_i = \sum_j a_{ji} \frac{p_j}{p_i} y_j + \frac{\beta_i}{p_i(1+\lambda)} (\omega l_{max} - \sum_j p_j G_j) + G_i \quad (29)$$

В матричной форме:

$$y = \check{A}^T y + c + G = (I - \check{A}^T)^{-1} (c + G) \quad (30)$$

Где элементы матрицы \check{A}^T определены как $\check{a}_{ij}^T = \check{a}_{ji} = a_{ji} \frac{p_j}{p_i}$.

$$dy_i = \sum_j dx_{ji} + dc_i + dG_i \quad (31)$$

$$d \ln y_i = \frac{d(p_i y_i)}{p_i y_i} = \sum_j \frac{d(p_i x_{ji})}{p_i y_i} + \frac{d(p_i c_i)}{p_i y_i} + \frac{d(p_i G_i)}{p_i y_i} \quad (32)$$

Из задачи максимизации прибыли $a_{ij} = \frac{p_j x_{ij}}{p_i y_i}$ и $\alpha_i^l = \frac{\omega l}{p_i y_i}$, поэтому $d(p_i x_{ji}) = a_{ji} d(p_j y_j)$.

$$\sum_j \frac{d(p_i x_{ji})}{p_i y_i} = \sum_j a_{ji} \frac{d(p_j y_j)}{p_i y_i} = \sum_j \frac{p_i x_{ji}}{p_j y_j} \frac{d(p_j y_j)}{p_i y_i} = \sum_j \frac{p_i x_{ji}}{p_i y_i} \frac{d(p_j y_j)}{p_j y_j} = \sum_j \hat{a}_{ji} \frac{d(p_j y_j)}{p_j y_j} \quad (33)$$

Где $\hat{a}_{ji} = \frac{p_i x_{ji}}{p_i y_i} = \frac{x_{ji}}{y_i} = a_{ji} \frac{p_j y_j}{p_i y_i}$ образуют матрицу \hat{A} .

В этих обозначениях, учитывая $d(p_i c_i) = -\frac{\beta_i}{1+\lambda} \sum_j d(p_j G_j)$, получаем уравнение:

$$d \ln y_i = \sum_j \hat{a}_{ji} d \ln y_j - \frac{1}{p_i y_i} \frac{\beta_i}{1+\lambda} \sum_j d(p_j G_j) + \frac{d(p_i G_i)}{p_i y_i} \quad (34)$$

Матрица $\hat{H} = (I - \hat{A})^{-1}$ с элементами \hat{h}_{ji} , причём:

$$\hat{H}^T = ((I - \hat{A})^{-1})^T = ((I - \hat{A})^T)^{-1} = (I - \hat{A}^T)^{-1}.$$

Получается выражение из (Acemoglu, 2015) для реакции логарифма выпуска на шоки госрасходов:

$$d \ln y_i = \frac{d(p_i y_i)}{p_i y_i} = \sum_j \hat{h}_{ji} \frac{1}{p_j y_j} (d(p_j G_j) - \frac{\beta_j}{1+\lambda} \sum_k d(p_k G_k)) \quad (35)$$

Если при заданном T государство выбирает распределение госзакупок в соответствии со своей функцией полезности:

$$u^G = \prod_j G_j^{\beta_j^G} \rightarrow_{G_j} \max \quad (36)$$

$$s.t. : \sum_j p_j G_j = T \quad (37)$$

Где $\sum_j \beta_j^G = 1$.

Решение такой задачи государства:

$$p_j G_j = \beta_j^G T \Rightarrow d(p_j G_j) = \beta_j^G dT \quad (38)$$

Подставляя это в выражение для реакции логарифма выпуска на шоки госрасходов:

$$\begin{aligned} d \ln y_i &= \sum_j \hat{h}_{ji} \frac{1}{p_j y_j} (\beta_j^G dT - \frac{\beta_j}{1+\lambda} \sum_k \beta_k^G dT) = \sum_j \hat{h}_{ji} \frac{1}{p_j y_j} (\beta_j^G dT - \frac{\beta_j}{1+\lambda} dT) = \\ &= dT \sum_j \hat{h}_{ji} \frac{1}{p_j y_j} (\beta_j^G - \frac{\beta_j}{1+\lambda}) \end{aligned} \quad (39)$$

Полученное выражение показывает роль различий в государственных и частных предпочтениях, а также роль изменения мотивации к труду.

1.3. Решение задачи потребителя с взаимозаменяемыми частным и государственным потреблением

Когда государственное потребление учитывается в функции полезности в сумме с частным. При этом государственное потребление задано экзогенно.

$$u = \gamma(l) \prod_i (c_i + G_i)^{\beta_i} \xrightarrow{l, c_i} \max \quad (40)$$

$$s.t. : \sum_i p_i c_i = l\omega - T \quad (41)$$

Где $\sum_i \beta_i = 1$, $T = \sum_j p_j G_j$

Лагранжиан с множителем Лагранжа μ :

$$\mathcal{L} = \gamma(l) \prod_i (c_i + G_i)^{\beta_i} + \mu(\omega l - T - \sum_i p_i c_i) \quad (42)$$

$$\frac{\partial}{\partial l} : \gamma'(l) \frac{u}{\gamma(l)} + \mu\omega = 0 \quad (43)$$

$$\frac{\partial}{\partial c_i} : \beta_i \frac{u}{c_i + G_i} - \mu p_i = 0 \quad (44)$$

Откуда:

$$u\beta_i = \mu p_i (c_i + G_i) \Rightarrow u \sum_i \beta_i = \mu \sum_i p_i (c_i + G_i) \Rightarrow \mu = \frac{u}{l\omega} \quad (45)$$

$$p_i (c_i + G_i) = \beta_i \frac{u}{\mu} = \beta_i l\omega \Rightarrow c_i = \beta_i \frac{\omega l}{p_i} - G_i \quad (46)$$

$$\frac{\gamma'(l)u}{\gamma(l)} + \mu\omega = 0 \Rightarrow \frac{\gamma'(l)}{\gamma(l)} = -\frac{\mu\omega}{u} = -\frac{1}{l} \quad (47)$$

Рассмотрим $\gamma(l) = (l_{max} - l)^\lambda$:

$$\frac{\gamma'(l)}{\gamma(l)} = \frac{-\lambda(l_{max} - l)^{\lambda-1}}{(l_{max} - l)^\lambda} = \frac{-\lambda}{l_{max} - l} = -\frac{1}{l} \Rightarrow l = \frac{l_{max}}{1 + \lambda} \quad (48)$$

Это если все $c_i \geq 0 \Leftrightarrow G_i \leq \beta_i \frac{\omega l}{p_i}$

Уравнение для общего выпуска:

$$y_i = \sum_j x_{ji} + c_i + G_i = \sum_j a_{ji} \frac{p_j}{p_i} y_j + (\beta_i \frac{\omega l_{max}}{p_i(1 + \lambda)} - G_i) + G_i \quad (49)$$

В матричной форме:

$$y = \check{A}^T y + c + G = (I - \check{A}^T)^{-1}(c + G) \quad (50)$$

Где элементы матрицы \check{A}^T определены как $\check{a}_{ij}^T = \check{a}_{ji} = a_{ji} \frac{p_j}{p_i}$.

$$c_i + G_i = \beta_i \frac{\omega l_{max}}{p_i(1 + \lambda)} \quad (51)$$

$$dc_i + dG_i = 0 \quad (52)$$

$$dy_i = \sum_j dx_{ji} + dc_i + dG_i = \sum_j dx_{ji} \quad (53)$$

$$d \ln y_i = \frac{d(p_i y_i)}{p_i y_i} = \sum_j \frac{d(p_i x_{ji})}{p_i y_i} = \sum_j \hat{a}_{ji} \frac{d(p_j y_j)}{p_j y_j} = \sum_j \hat{a}_{ji} d \ln y_j \quad (54)$$

Где $\hat{a}_{ji} = \frac{p_i x_{ji}}{p_i y_i} = \frac{x_{ji}}{y_i} = a_{ji} \frac{p_j y_j}{p_i y_i}$ образуют матрицу \hat{A} .

$$d \ln y_i = \sum_j \hat{a}_{ji} d \ln y_j \quad (55)$$

$$d \ln y = \hat{A}^T d \ln y = (I - \hat{A}^T)^{-1} \mathbf{0} \quad (56)$$

То есть, поскольку $dc_i = -dG_i$, то $dy_i = 0$ и $d \ln y_i = 0$, выпуск не меняется при любых изменениях госрасходов, пока все $c_i \geq 0 \Leftrightarrow G_i \leq \beta_i \frac{\omega l}{p_i} = \beta_i \frac{\omega l_{max}}{p_i(1 + \lambda)}$ и $T \leq \omega l = \omega \frac{l_{max}}{1 + \lambda}$.

Если для некоторого или некоторых k оказалось $G_k > \beta_k \frac{\omega l}{p_k} = \beta_k \frac{\omega l_{max}}{p_k(1 + \lambda)}$, то $c_k = 0$, и оптимизируем по остальным c_i и l . Посчитаем l в равновесии:

$$\begin{aligned} l &= \frac{\omega l_{max} \sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda(T - \sum_{j \neq k} p_j G_j)}{\omega(\sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda)} = \frac{\omega l_{max} \sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda \sum_{j=k} p_j G_j}{\omega(\sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda)} > (57) \\ &> \frac{\omega l_{max} \sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda \sum_{j=k} p_j \beta_j \frac{\omega l_{max}}{p_j(1 + \lambda)}}{\omega(\sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda)} = \frac{l_{max}(\sum_{j \neq k} \beta_j + \frac{\lambda}{1 + \lambda} \sum_{j=k} \beta_j)}{\sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda} = \\ &= \frac{l_{max}(\sum_{j \neq k} \beta_j + \frac{\lambda}{1 + \lambda}(1 - \sum_{j \neq k} \beta_j))}{\sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda} = \frac{l_{max}((1 + \lambda) \sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda(1 - \sum_{j \neq k} \beta_j))}{(1 + \lambda)(\sum_{j \neq k} \beta_j + \lambda)} = \frac{l_{max}}{1 + \lambda} \end{aligned}$$

То есть, затраты труда l будут больше, чем если бы не было таких k , что $G_k > \beta_k \frac{\omega l_{max}}{p_k(1 + \lambda)}$.

1.4. Модели с ненулевой прибылью

Во многих работах, таких как (Acemoglu, 2015), предполагается совершенная конкуренция, и прибыль фирм равна 0, при этом можно считать, что наблюдаемая в реальности прибыль соответствует в модели зарплате руководителя. Изучим подходы к моделированию, когда прибыль фирм явно присутствует в модели.

Если в условиях совершенной конкуренции с постоянной отдачей от масштаба производства прибыль фирм равна 0, то модели фирмы с ненулевой прибылью предполагают либо несовершенную конкуренцию, либо убывающую отдачу от масштаба, либо вводятся дополнительные ограничения.

Простейшая односекторная модель фирмы при несовершенной конкуренции представлена в (Benassy, 2002). Спрос на продукцию отдельной фирмы характеризуется показателем эластичности по цене $\eta > 1$.

$$Y = \xi P^{-\eta}$$

Тогда условие первого порядка максимизации прибыли означает, что стоимость факторов производства составляет $(1 - 1/\eta)$ от предельного продукта этого фактора при любом значении ξ , при том что фирмы знают ξ . Соответственно, эластичность спроса η определяет долю прибыли в выпуске как $1/\eta$. Следует различать долю прибыли в выпуске и норму прибыли. Доля прибыли в выпуске определяется как отношение прибыли к общей стоимости выпуска, к продажам. А норма прибыли (обозначим её r , ProfitRate) определяется как отношение прибыли к издержкам.

$$(1 - \text{ProfitInSales}) = 1/(1 + \text{ProfitRate})$$

$$r = \text{ProfitRate} = 1/(1 - \text{ProfitInSales}) - 1$$

Для многосекторных моделей подход с несовершенной конкуренцией реализован, например, в (Леонидов, Серебрянникова, 2017). А в (Иващенко, 2015) представлена модель монополистической конкуренции, где спрос на продукцию каждого сектора задаётся функцией полезности CES. В (Вагаев, 2017) рассматривается обобщённый показатель надбавки к издержкам, который определяется в зависимости от режима конкуренции между фирмами.

Другой подход продемонстрирован в (Bigio, La'O, 2016), где предполагается совершенная конкуренция и убывающая отдача от масштаба производства. Тогда из условий первого порядка максимизации прибыли коэффициент убывающей отдачи определяет долю издержек в выручке, а значит и долю прибыли.

Дополнительно в (Bigio, La'O, 2016) предполагается финансовое ограничение на максимальную долю издержек в выпуске, а значит и на минимальную долю прибыли в выпуске вместе с соответствующей нормой прибыли. В соответствии с финансовым ограничением норма прибыли должна быть не меньше, чем требуемая доходность (процентная ставка) на оборотный капитал фирмы.

Убывающая отдача от масштаба производства предполагает какие-то ещё неучтённые (невозобновляемые) факторы, и прибыль достаётся этим факторам. Такие как затра-

ты на управление, земля в агломерационных центрах. Соответственно выбор модели с убывающей либо с постоянной отдачей от масштаба должен зависеть от того, какие факторы производства принимаются к рассмотрению. Все ли факторы учитываются в таблицах Затраты-Выпуск, какова отдача от масштаба, можно было бы определить по данным о затратах и выпуске при данных оценках.

Как подход с несовершенной конкуренцией, так и подход с убывающей отдачей от масштаба дают похожие условия максимизации прибыли. Имеет смысл интерпретировать коэффициенты и результаты из (Bigio, La'O, 2016) с точки зрения подхода несовершенной конкуренции.

1.5. Многосекторная модель с несовершенной конкуренцией и финансовым ограничением

Рассмотрим многосекторную модель, где предполагается постоянная отдача от масштаба, несовершенная конкуренция и дополнительное финансовое ограничение на минимальную доходность оборотного капитала. В каждом секторе получается обычная задача максимизации прибыли фирмой, выбирающей выпуск и цену при условии зависимости спроса на продукцию отдельной фирмы от цены с показателем эластичности, как в (Benassy, 2002). И с дополнительным нежёстким финансовым ограничением доли издержек в стоимости выпуска, как в (Bigio, La'O, 2016), определяемым требуемой минимальной доходностью оборотного капитала \check{r}_i .

$$\omega l_i + \sum_j p_j x_{ij} \leq \chi_i p_i y_i \quad (58)$$

$$\chi_i = 1 - \text{MinProfitInSales}_i = 1/(1 + \text{MinProfitRate}_i) = 1/(1 + \check{r}_i) \quad (59)$$

Тогда для каждого сектора норма прибыли r_i определяется, смотря что выше, либо монополистическими возможностями фирм, которые характеризуются эластичностью спроса для отдельной фирмы η_i , тогда $r_i = 1/(\eta_i - 1)$. Либо r_i упирается в дополнительное финансовое ограничение на требуемую доходность оборотного капитала: $r_i \geq 1/\chi_i - 1 = \check{r}_i$.

При совершенной конкуренции цены определялись из уравнений $p_i = c_i(p, \omega)$, где $c_i(p, \omega)$ — функция затрат на единицу выпуска (unit cost function) в зависимости от вектора цен p и зарплаты ω . А при заданном векторе норм прибыли будут уравнения:

$$p_i = (1 + r_i)c_i(p, \omega) \quad (60)$$

Цены определяются только производственной стороной экономики при заданном векторе норм прибыли. Зарплата, прибыль и налоги обеспечивают спрос. Тогда выпуск по секторам и занятость определяются спросом в соответствии с предпочтениями домохозяйств и государства.

1.6. Шоки изменения налоговой системы

В макроэкономических исследованиях, таких как (Acemoglu, 2015) и (Bénassy, 2002), считается, что налоги платят домохозяйства, и это может влиять на их мотивацию к труду, может влиять на совокупный спрос, но условия ведения бизнеса налоги не затрагивают.

В (Bigio, La'O, 2016) рассматриваются специфические секторальные налоги как альтернативный способ моделирования финансовых трений (frictions).

В (Ивашенко, 2015) рассматривается ставка налога на труд, который платят домохозяйства, и по секторам ставки налогов на выпуск, которые платят фирмы. Однако же эти ставки выступают своеобразным агрегированным показателем, и определяются по специальным правилам фискальной политики.

Рассмотрим налоговую систему, образованную двумя ставками налогов: на труд и на прибыль. Причём прибыль получается из добавленной стоимости после выплаты зарплаты и соответствующего налога с оплаты труда. А добавленная стоимость образуется из стоимости выпуска после вычета стоимости промежуточного потребления.

При действующей в России налоговой системе общая ставка налогов на труд превышает общую ставку налогов на прибыль, что провоцирует серые схемы выплаты зарплаты через прибыль. Поэтому возникают проекты выровнять ставки налогов на труд и ставки налогов на прибыль при сохранении общего уровня налоговой нагрузки.

В нашей многосекторной модели с несовершенной конкуренцией и финансовым ограничением прицепим общую ставку налогов на труд к оплате труда и общую ставку налогов на прибыль к прибыли. Повышение ставки налогов на прибыль не отменяет стимулы максимизировать прибыль. Вместе с этим, от ставки налогов на прибыль зависит и финансовое ограничение на минимальную требуемую доходность оборотного капитала $r_i \geq \tilde{r}_i$. Ограничение \tilde{r}_i увеличивается с ростом ставки налогов на прибыль.

Основная идея, что при сохранении общей налоговой нагрузки выравнивание ставок налогов на труд и на прибыль, пока цены и зарплаты не меняются, то во всех отраслях повышается прибыль до уплаты налогов, хотя и с повышением налоговой ставки на эту возросшую прибыль. Налоговая нагрузка снизится в секторах с высокой долей труда в добавленной стоимости, повысится в секторах с высокой долей прибыли в добавленной стоимости. Если высокая доля прибыли обеспечивается монополистическими возможностями фирм, то там повышение налога на прибыль не создаст ограничений для ведения бизнеса. Но высокая доля прибыли может быть вызвана высокой долей промежуточного потребления, капитальных затрат, тогда срабатывает ограничение $r_i \geq \tilde{r}_i$. В конкурентных секторах с большой долей затрат труда создаются предпосылки к снижению цен, что благоприятно скажется на связанных секторах.

Для анализа последствий изменения налоговых ставок в многосекторной модели имеет значение, чем определяется норма прибыли в каждом секторе. Если монополистическими возможностями, то просто перераспределится налоговая нагрузка. А если норма

прибыли упирается в финансовое ограничение, то возможны варианты. Имеет значение доля труда в добавленной стоимости и доля добавленной стоимости в выпуске сектора. Где доля труда велика, первоначально при прежних зарплатах и ценах норма прибыли превысит финансовое ограничение, предопределяя снижение цен относительно зарплат.

Можно подумать об оптимальном сочетании ставок налогов на труд и на прибыль, которые выравниваются при заданном общем уровне налоговой нагрузки, дабы не провоцировать серые схемы. Имеют смысл формализованные критерии:

- 1) Полезность для государства от расходов государства.
- 2) Общественная полезность от расходов государства вместе с частным потреблением при фиксированных затратах труда.
- 3) Общественная полезность с учётом *disutility* от труда.

Манёвр по выравниванию ставок налогов на труд и на прибыль предполагает некоторое сокращение организационных затрат на ведение бизнеса и процесс сбора налогов, и уже поэтому стоит его применить. Но для некоторых секторов и предприятий, где существенно финансовое ограничение на минимальную норму прибыли, возможны и отрицательные последствия, которые надо выяснить. Манёвр содержит значительный краткосрочный потенциал для стимулирования экономического роста в силу повышения рентабельности во всех секторах и ослабления налоговой нагрузки в конкурентных секторах за счёт повышения нагрузки в высокомонополизированных секторах. Однако же надо уметь этим потенциалом воспользоваться. Причём для полной эффективности такое выравнивание ставок должно затрагивать все практикуемые схемы налогообложения.

Вместе с выравниванием ставок налогов на труд и на прибыль, также интересным представляется снижать налоги на развитие бизнеса (такие как НДС), компенсируя это повышением налогов на потребление (такие как подоходный на труд и на дивиденды). Чтобы предприятиям на развитие производства оставалось больше собственных средств без необходимости брать дорогостоящие займы. Причём имеет смысл сразу радикальное снижение налогов на развитие бизнеса по примеру налоговой реформы в США в целях деофшоризации. И не обязательно вводить прогрессивную шкалу налогообложения доходов, которая осложняет стимулы, но просто повышать доходы самых малооплачиваемых.

1.7. Переменная норма прибыли в динамике

Текущее состояние фирм описывается вектором норм прибыли по секторам. Нормы прибыли r_i в равновесии определяются либо монополистическими возможностями (эластичностью спроса для отдельной фирмы η_i) $r_i \geq 1/(\eta_i - 1)$, либо финансовым ограничением на требуемую минимальную доходность оборотного капитала $r_i \geq \check{r}_i$. И допустим временные отклонения (в сторону увеличения) норм прибыли в силу каких-то шоков и негибкостей (цены и/или зарплат), при которых r_i выступают переменными,

обеспечивающими равновесие. Нормы прибыли r_i сдвигаются в сторону (монополистического) равновесия $r_i = 1/(\eta_i - 1)$ постепенно, при этом не перескакивая \tilde{r}_i .

Итого, в механизме динамики действуют два этапа:

1) Сперва определяются r_i при некоторых условиях, таких как негибкость цен, зарплат или других экономических переменных, когда r_i выступают в качестве переменных, обеспечивающих равновесие. Если r_i оказалось меньше 0, либо меньше монополистических возможностей $r_i \geq 1/(\eta_i - 1)$, либо меньше финансового ограничения $r_i \geq \tilde{r}_i$. То фирмам это не нравится, и они устанавливают r_i , как могут. Тогда вычисляются остальные переменные.

2) Если на 1-м этапе r_i превышает значение в монополистическом равновесии $r_i \geq 1/(\eta_i - 1)$ и удовлетворяет финансовому ограничению $r_i \geq \tilde{r}_i$, то фирмам это нравится. Однако из-за некоторой конкуренции r_i несколько сдвигается от значения из 1-го этапа в направлении к $r_i \geq 1/(\eta_i - 1)$ по определённому механизму с параметром постепенности, не передвигаясь через $r_i \geq \tilde{r}_i$. Тогда вычисляются остальные переменные.

Для многосекторной модели особенность, что когда норма прибыли шаг за шагом несколько сдвигается к равновесной, то возможны варианты. Либо во всех секторах сразу. Либо в отдельных секторах по очереди, тогда уменьшение нормы прибыли в одном из секторов при негибких ценах и зарплатах в других секторах несколько повышает норму прибыли в других секторах.

Надо понимать, что шоки изменения нормы прибыли, возникшие в каком-то из секторов, тоже могут влиять на другие сектора, могут усиливаться и распространяться по всей экономике.

1.8. Модели с производственной функцией CES

Как правило, для описания явлений на качественном уровне используется функция Кобба-Дугласа, например в (Acemoglu и др., 2015), (Bigio, La'O, 2016), (Bonart, Bouchaud, Landier, Thesmar, 2014), (Foerster, Sarte, Watson, 2011).

А производственная функция CES рассматривается как техническое расширение моделей с функцией Кобба-Дугласа. В пределе эластичности замены к 0 функция CES даёт Леонтьевскую производственную функцию, Кобба-Дугласа при единичной эластичности замены, и в пределе эластичности замены к бесконечности даёт линейную.

Как отмечается в (Bigio, La'O, 2016), оценки эластичности замены для реально наблюдаемых производственных функций CES близки к Леонтьевской функции, что может усиливать эффекты, наблюдаемые в модели с функцией Кобба-Дугласа.

В (Вагаев, Farhi, 2017) рассматриваются особенности формирования равновесия и реакция на шоки при разных производственных функциях.

В (Вагаев, 2016) модель с несовершенной конкуренцией, с производственной функцией CES, а также функцией полезности CES с бонусом за разнообразие. Исследуется взаимодействие фирм в динамике, но состояние равновесия явно не выражается.

Изучим, как (Carvalho и др., 2016) анализируется реакция выпуска на шоки производительности в модели с производственной функцией CES по сравнению с похожим исследованием (Acemoglu и др., 2015) с функцией Кобба-Дугласа.

Выпуск фирм, использующих производственную функцию CES:

$$y_i = Z_i \left[(1 - \mu)^{1/\sigma} l_i^{(\sigma-1)/\sigma} + \mu^{1/\sigma} M_i^{(\sigma-1)/\sigma} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (61)$$

Где μ обозначает долю затрат материалов, σ представляет эластичность замены между трудом и материальными затратами, l_i — затраты труда, Z_i — параметр производительности. А величина M_i учитывает всё промежуточное потребление:

$$M_i = \left[\sum_{j=1}^n a_{ij}^{1/\zeta} x_{ij}^{(\zeta-1)/\zeta} \right]^{\zeta/(\zeta-1)} \quad (62)$$

Где x_{ij} — объём промежуточного потребления из сектора j в секторе i , ζ — эластичность замены между разными компонентами промежуточного потребления. Коэффициенты $a_{ij} \geq 0$ и $\sum_j a_{ij} = 1$ для всех i .

Чтобы упростить вычисления, рассматриваются функция полезности с симметричными предпочтениями:

$$u = \sum_i \ln(c_i) \quad (63)$$

Также считается, суммарные затраты труда неизменны и равны 1, зарплата равна 1.

Условия максимизации прибыли означают:

$$l_i = (1 - \mu) y_i Z_i^{\sigma-1} p_i^\sigma \quad (64)$$

$$x_{ij} = \mu a_{ij} y_i Z_i^{\sigma-1} \left(\frac{p_i}{p_j} \right)^\zeta \left(\sum_{k=1}^n a_{ik} \left(\frac{p_i}{p_k} \right)^{\zeta-1} \right)^{\frac{\sigma-\zeta}{\zeta-1}} \quad (65)$$

Подставляя эти выражения в производственную функцию:

$$(p_i Z_i)^{1-\sigma} = 1 - \mu + \mu \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} p_j^{1-\zeta} \right)^{\frac{1-\sigma}{1-\zeta}} \quad (66)$$

С другой стороны, из условий равенства спроса и предложения $y_i = c_i + \sum_j x_{ij}$, и, используя $c_i = 1/(np_i)$, получается:

$$y_i = \frac{1}{np_i} + \mu p_i^{-\zeta} \sum_{j=1}^n a_{ij} y_j Z_j^{\sigma-1} p_j^\sigma \left[\sum_{k=1}^n a_{jk} p_k^{1-\zeta} \right]^{\frac{\zeta-\sigma}{1-\zeta}} \quad (67)$$

Полученная система уравнений в общем случае не имеет явного решения. Но делается аппроксимация первого порядка равновесных цен и выпусков путём лог-линеаризации этих двух уравнений вокруг точки $Z_i = 1$ для всех i , и в этой точке все цены равны 1.

Обе части уравнений логарифмируются и дифференцируются по $\ln Z_j$. Выражение для реакции выпуска отличается случая с функцией Кобба-Дугласа тем, что в выражение входят два дополнительных слагаемых, которые зависят от эластичностей замены, одно слагаемое от σ , другое от ζ .

Таким образом, в (Carvalho и др., 2016) получается выражение для реакции цен и выпуска на технологические шоки в одной особенной точке. На основе которого делаются выводы о распространении шоков, всё же, и для прочих случаев.

Рассматриваются следующие направления распространения шоков:

1) Нисходящее (downstream) распространение. От производителя к потребителям. Рассматривается специальная простая производственная цепочка, в которой фирма i , помимо затрат труда, служит единственным поставщиком для фирмы $i + 1$, $a_{i+1,i} = 1$ при $i > 1$, а 1-я фирма служит поставщиком для самой себя, $a_{1,1} = 1$. Вычисляется влияние шока производительности в секторе j на выпуск в секторе i при $i > j$. При отрицательном шоке производительности выпуск всех нисходящих фирм сократится, причём влияние тем меньше, чем дальше нисходящая фирма от источника шока. А с ростом σ влияние на все нисходящие фирмы усиливается.

2) Восходящее (upstream) распространение шоков. От производителя к поставщику. В той же простой производственной цепочке, но при $i < j$. При отрицательном шоке производительности выпуск всех восходящих фирм снижается, если $\sigma > 1$, и вырастет, если $\sigma < 1$. Влияние тем меньше, чем дальше фирма от источника шока. В достаточно длинной цепочке влияние на любую восходящую фирму слабее (по величине), чем на любую нисходящую на том же расстоянии от источника. Тогда как при функции Кобба-Дугласа восходящих шоков нет.

3) Горизонтальное распространение шоков. Когда два сектора являются поставщиками третьего, и поэтому связаны. В Y-образной производственной цепочке, когда у этого 3-го сектора только два поставщика: 1-й и 2-й с равными долями $a_{3,1} = a_{3,2} = 1/2$. Такое влияние шока убывает по σ и возрастает по ζ .

При госрасходах G_i и налогах $T = \sum_j p_j G_j$ условие равенства спроса и предложения $y_i = c_i + \sum_j x_{ij} + G_i$ даёт уравнение:

$$y_i = \frac{1 - T}{np_i} + \mu p_i^{-\zeta} \sum_{j=1}^n a_{ij} y_j Z_j^{\sigma-1} p_j^{\sigma} \left[\sum_{k=1}^n a_{jk} p_k^{1-\zeta} \right]^{\frac{\zeta-\sigma}{1-\zeta}} + G_i \quad (68)$$

Отсюда выражение для реакции выпуска на шоки госрасходов выводится в точке, где все цены равны 1.

2. Анализ российских таблиц Затраты–Выпуск

По России рассматривались¹ данные WIOD² за 1995-2011, где 34 (35) сектора, и ИНП РАН³ за 1980-2013, где 44 (45) сектора.

Наблюдаемые в таблицах Затраты–Выпуск показатели образованы как собственно технологическими коэффициентами производственной функции, так и решениями фирм по максимизации прибыли в условиях рыночных и финансовых ограничений. Отсюда задача в наблюдаемых показателях разделить собственно технологические и прочие коэффициенты.

Подобная задача решается в (Bigio, La’O, 2016), где по динамике доли издержек (промежуточное потребление + зарплата) в выручке оценивается технологический коэффициент убывающей отдачи, который считается неизменным, и его произведение с переменным коэффициентом финансовой фрикции составляет долю издержек.

2.1. Динамическая модель структуры таблиц Затраты–Выпуск

Исследуем динамику таблиц Затраты–Выпуск, как она соответствует структуре с общей переменной нормой прибыли при относительно стабильных технологических коэффициентах.

$$P_{it}X_{ijt} = \gamma_{ij}\beta_{jt}P_{jt}Y_{jt} + \text{error}_{ijt} \quad (69)$$

$$W_{jt}L_{jt} = \gamma_{Wj}\beta_{jt}P_{jt}Y_{jt} + \text{error}_{Wjt} \quad (70)$$

Технологические коэффициенты γ_{ij} и γ_{Wj} неизменны во времени, а β_{jt} соответствуют переменной норме прибыли ProfitRate_{jt} : $\beta_{jt} = 1/(1 + \text{ProfitRate}_{jt})$.

$$\sum_i \gamma_{ij} + \gamma_{Wj} = 1$$

Ошибки взаимосвязаны, в том смысле что:

$$\sum_i \text{error}_{ijt} + \text{error}_{Wjt} = 0$$

Прибыль без ошибки:

$$\text{Profit}_{jt} = (1 - \beta_{jt})P_{jt}Y_{jt}$$

Если известна прибыль, то по ней и оценивать долю прибыли в выпуске вместе с нормой прибыли. Если же в данных прибыль и зарплата не разделяются, то рассматриваем добавленную стоимость.

$$\text{Добавленная стоимость} = \text{Зарплата} + \text{Прибыль}$$

$$\begin{aligned} W_{jt}L_{jt} + \text{Profit}_{jt} &= \gamma_{Wj}\beta_{jt}P_{jt}Y_{jt} + \text{error}_{Wjt} + (1 - \beta_{jt})P_{jt}Y_{jt} = \\ &= \gamma_{Wj}P_{jt}Y_{jt} + (1 - \beta_{jt})(1 - \gamma_{Wj})P_{jt}Y_{jt} + \text{error}_{Wjt} \end{aligned}$$

Дисперсия ошибок тем больше, чем больше $P_{jt}Y_{jt}$. Поэтому рассмотрим также поста-

¹Описание данных пришлось убрать из-за требований антиплагиата.

²<http://www.wiod.org/home>

³<http://www.macroforecast.ru/>

новку модели для долей соответствующих коэффициентов в стоимости выпуска, разделив обе части уравнений модели на $P_{jt}Y_{jt}$.

$$\begin{aligned}
 \text{Ratio}_{ijt} &= (P_{it}X_{ijt})/(P_{jt}Y_{jt}) = \gamma_{ij}\beta_{jt} + \epsilon_{ijt} \\
 \text{RatioWage}_{jt} &= (W_{jt}L_{jt})/(P_{jt}Y_{jt}) = \gamma_{Wj}\beta_{jt} + \epsilon_{Wjt} \\
 \text{RatioProfit}_{jt} &= \text{Profit}_{jt}/(P_{jt}Y_{jt}) = (1 - \beta_{jt}) \\
 \epsilon_{ijt} &= \text{error}_{ijt}/(P_{jt}Y_{jt}) \\
 \epsilon_{Wjt} &= \text{error}_{Wjt}/(P_{jt}Y_{jt}) \\
 \text{RatioWage}_{jt} + \text{RatioProfit}_{jt} &= \gamma_{Wj}\beta_{jt} + \epsilon_{Wjt} + (1 - \beta_{jt}) = \\
 &= \gamma_{Wj} + (1 - \beta_{jt})(1 - \gamma_{Wj}) + \epsilon_{Wjt}
 \end{aligned}$$

Здесь уже другие ошибки, но опять взаимосвязаны:

$$\sum_i \epsilon_{ijt} + \epsilon_{Wjt} = 0$$

2.2. Анализ корреляций

Пусть динамика таблиц Затраты-Выпуск полностью определяется структурой нашей модели, пусть все ошибки равны 0.

Тогда изменения во времени наблюдаемых (долей) затрат промежуточного потребления и (доли) оплаты труда в j -м секторе полностью объясняются изменением коэффициентов β_{jt} , общих для всех затрат по i и для оплаты труда из секторов одного столбца j .

$$\text{Ratio}_{ijt} = \gamma_{ij}\beta_{jt}$$

$$\text{RatioWage}_{jt} = \gamma_{Wj}\beta_{jt}$$

Поэтому должна быть корреляция с коэффициентом 1 попарно между (долями) затрат промежуточного потребления из секторов с разными индексами i и оплатой труда в одном столбце j . Также должна быть корреляция с коэффициентом -1 между долей прибыли и долей затрат, между долей прибыли и долей оплаты труда. Кроме того, с добавленной стоимостью корреляция -1 долей затрат по секторам и доли труда, корреляция 1 для доли добавленной стоимости с долей прибыли.

А суммарные затраты на промежуточное потребление коррелированы -1 с добавленной стоимостью всегда, даже если ошибки не 0.

Проверим, как корреляции на реальных данных соответствуют структуре нашей модели. Это имеет смысл уже на двух периодах. Если (на двух периодах) реальные корреляции совпадают с предопределёнными моделью, то значит направления совместных изменений долей затрат соответствуют структуре модели. А одинаково ли пропорционально меняются доли затрат одного столбца, можно оценить по отклонениям при подгонки модели к данным.

Почему могут быть отклонения:

1) Из-за того, что технологические коэффициенты γ всё же меняются во времени. Чем

больше проходит времени, тем больше меняются. Поэтому не надо брать слишком много периодов. Причём изменения композиции долей затрат могут быть вызваны изменением относительных цен, если производственная функция не Кобба-Дугласа. Но что может быть описано функцией CES. Зная цены, можно улучшить оценки технологических коэффициентов.

2) Хотя теоретически из оптимизационной задачи фирмы было бы оправданно, что надбавка к издержкам (норма прибыли) одинакова для каждого ресурса, для зарплаты и для промежуточного потребления. Но могут быть свои особенности для труда, оборудования, материалов, скажем, в зависимости от продолжительности использования, от срока окупаемости. Из-за чего доли затрат разных ресурсов могут быть по-разному, в разной степени связаны с нормой прибыли.

Рассматриваем коэффициент корреляции между долей прибыли RatioProfit_{jt} и между долями затрат вместе с затратами труда. А также между долей добавленной стоимости и долями затрат. Если структура нашей модели более-менее поддерживается в данных, можно ожидать, что оцененные по этим данным соответствующие коэффициенты корреляции близки к -1 (другие к 1). Причём, из-за изменчивости γ , ближе к -1 (1) будет при оценке по меньшему числу периодов. Корреляции правильного знака показывали бы, что хотя бы направления изменений элементов матрицы Затраты-Выпуск соответствует структуре модели.

Особенно показателен коэффициент (-1) между RatioProfit_{jt} и RatioWage_{jt} , который характеризует отношения между работниками и фирмой. А также корреляция прибыли с секторами, составляющими значительную долю затрат.

Произведены вычисления на данных ИНП РАН, для некоторых выбранных секторов: сектор 1 — сельское хозяйство, сектор 29 — электроснажение, водоснабжение и газоснабжение, сектор 33 — транспортировка и хранение, сектор 12 — химическая промышленность. Посчитали корреляции доли прибыли с долями всех затрат и доли добавленной стоимости с долями всех затрат по 9 точкам за 2013-2005 и, для сравнения, по 3 точкам за 2013-2011.

Имеет значение как близость отдельных корреляций к -1, так и общее их число в положительной и отрицательной областях. Для секторов с подозрением на несовершенную конкуренцию (секторах 29, 33, 12) значительно большее число долей затрат по секторам отрицательно коррелируют с долей прибыли (и с долей добавленной стоимости), при этом многие отдельные коэффициенты корреляции очень близки к -1. Кое-где корреляции по 3 точкам ближе к -1, чем по 9 точкам, но не везде. Положительная корреляция с прибылью наблюдается для затрат из особенных секторов: финансы и страхование, госуслуги, строительство, электрооборудование для сектора 29...

Тогда как в сельском хозяйстве (секторе 1) такой картины не наблюдается: примерно поровну таких корреляций в положительной и отрицательной областях, при этом многие не близко к -1, а корреляция доли прибыли с долей зарплаты слегка больше 0. Хотя ещё никак не учтён смешанный доход, очень существенный в сельском хозяйстве.

На основе проведённых предварительных вычислений уже можно обозначить исследовательские вопросы. В каких секторах и в какой степени поддерживается структура затрат с общей переменной нормой прибыли, и какие затраты выбиваются из этой схемы? С чем связана меняющаяся норма прибыли (процентные ставки)?

Почему некоторые затраты положительно коррелированы с долей прибыли, можно объяснить как решающей ролью собственных средств для инвестиций, так и тем, что фирмам нравится инвестировать, когда высокая текущая прибыль создаёт благоприятные ожидания. Разный порядок осуществления переменных и капитальных затрат. А ещё прибыль увеличивается после осуществления инвестиционных затрат.

Примечательно, что смешанный доход, который приводится в данных ИНП РАН, и который включает и зарплату и прибыль для некоторых хозяйствующих субъектов, с точки зрения подсчитанных коэффициентов корреляции сходен с зарплатой.

Кроме того, для некоторых произвольно выбранных пар строк посчитаны корреляции долей затрат из одного конкретного сектора в выпусках разных секторов, почти все корреляции находятся в положительной области. Что может объясняться влиянием изменения относительных цен, и что свойственно производственной функции CES, однако не ясно, с какой эластичностью замены.

2.3. Оптимизационная задача подгонки модели под данные

Рассмотрим сумму квадратов отклонений как основной критерий качества подгонки модели под данные.

а) Для постановки с долями затрат в выпуске. Включая затраты труда.

$$\sum_{i,W} \sum_j \sum_t (\text{Ratio}_{ijt} - \gamma_{ij}\beta_{jt})^2$$

б) Для непосредственной величины затрат без деления на стоимость выпуска.

$$\sum_{i,W} \sum_j \sum_t (P_{it}X_{ijt} - \gamma_{ij}\beta_{jt}P_{jt}Y_{jt})^2$$

Без деления на стоимость выпуска большим секторам придаётся слишком большое значение в сумме квадратов отклонений, и надо правильно взвесить сектора, чтобы правильно соотносить отклонения, чтобы получить адекватные оценки. А отклонения будут очень значительными, как показал анализ корреляций. Также можно строить правильную целевую функцию, двигаясь от суммы квадратов отклонений в постановке с долями, придав им правильные веса.

И для а) и для б) получается, что результат зависит от разбиения по секторам, от числа секторов. Разбиение на сектора в WIOD и в ИНП РАН только частные примеры. Можем взять какой-то сектор и дополнительно его разделить ещё, скажем, на два одинаковых сектора. Целевая функция оптимизационной задачи не должна зависеть

от такого деления на секторы.

Свойством независимости от дополнительного деления на секторы обладает такая взвешенная сумма квадратов отклонений:

$$\sum_{i,W} \sum_j \sum_t \frac{1}{P_{it}\hat{X}_{it}} \frac{1}{P_{jt}Y_{jt}} (P_{it}X_{ijt} - \gamma_{ij}\beta_{jt}P_{jt}Y_{jt})^2 \quad (71)$$

Где за $\hat{X}_{it} = \sum_j X_{ijt}$ обозначено суммарное промежуточное потребление из сектора i . Следует понимать, что при подстановке индекса зарплаты W на место i получается вместо $P_{it}\hat{X}_{it}$ суммарная оплата труда $\sum_j W_{jt}L_{jt}$.

$$\sum_{i,W} \sum_j \sum_t \frac{P_{jt}Y_{jt}}{P_{it}\hat{X}_{it}} (\text{Ratio}_{ijt} - \gamma_{ij}\beta_{jt})^2 \quad (72)$$

Построенную из эвристических соображений независимости от дополнительного деления на секторы взвешенную сумму квадратов отклонений можно использовать как для оценки значений параметров γ_{ij} и β_{jt} из задачи минимизации этой целевой функции, так и для оценки качества подгонки модели под данные для оценок значений параметров γ_{ij} и β_{jt} , полученных другими способами.

Поскольку в данных ИНП РАН приводятся данные по прибыли, то по ним и оцениваем β_{jt} . Тогда γ_{ij} оцениваются как средние по времени (в том числе для зарплаты):

$$\hat{\beta}_{jt} = 1 - \text{RatioProfit}_{jt} = 1 - \text{Profit}_{jt}/(P_{jt}Y_{jt}) \quad (73)$$

$$\hat{\gamma}_{ij} = \frac{1}{T} \sum_t \frac{P_{it}X_{ijt}}{\hat{\beta}_{jt}P_{it}Y_{it}} \quad (74)$$

Если бы оценивать по данным только о добавленной стоимости без выделения прибыли, как в WIOD, то имеет смысл оценивать β_{jt} через суммарное промежуточное потребление, которое всегда полностью обратно коррелировано с добавленной стоимостью, а распределение затрат по отдельным секторам из этой суммы не учитывать. Берём год, где доля суммарного промежуточного потребления в выпуске максимальна, в этом году (в предположении постоянства технологических коэффициентов) β_{jt} максимально и равно чему-то определённом, тогда в остальных годах отклонения объясняются изменением β_{jt} , которые, соответственно, высчитываются. Затем технологические коэффициенты γ_{ij} по отдельным компонентам промежуточного потребления высчитываются пропорционально их средним по времени.

Используем взвешенную сумму квадратов отклонений (72), чтобы оценить качество подгонки модели под данные при оценках параметров $\hat{\beta}_{jt}$ и $\hat{\gamma}_{ij}$. И на её основе оценим, насколько концепция переменной нормы прибыли при относительно стабильных технологических коэффициентах поддерживается в данных.

$$\sum_{i,W} \sum_j \sum_t \frac{P_{jt}Y_{jt}}{P_{it}\hat{X}_{it}} (\text{Ratio}_{ijt} - \hat{\gamma}_{ij}\hat{\beta}_{jt})^2 \quad (75)$$

Сначала вычисляем значение (75) при условии, что $\hat{\beta}_{jt}$ одинаковы во всех периодах t и равны своему среднему по времени значению (как если бы прибыль рассматривать как обычную статью затрат) при соответствующих значениях $\hat{\gamma}_{ij}$. Затем вычисляем (75) в предположении о переменных $\hat{\beta}_{jt}$, своих в каждом периоде t при соответствующих $\hat{\gamma}_{ij}$. Считаем отношение этих взвешенных сумм квадратов. Будет видно, уменьшилось (75) или увеличилось, однако не ясно, много это или мало. Зато можно посчитать взвешенную сумму квадратов отклонений отдельно для каждого сектора и по i (в том числе для зарплаты) и по j , и составить упорядоченные списки секторов.

$$\sum_{i,W} \sum_t \frac{P_{jt}Y_{jt}}{P_{it}\hat{X}_{it}} (\text{Ratio}_{ijt} - \hat{\gamma}_{ij}\hat{\beta}_{jt})^2 \quad (76)$$

Как и для (75), вычисляем аналогичное отношение значений (76) для каждого сектора j . И упорядочиваем список секторов по этому отношению. Из которого видно, в каких секторах сравнительно заметнее поддерживается структура затрат с переменной нормой прибыли при относительно стабильных технологических коэффициентах. Это может быть связано как с монополизацией сектора, так и со структурой затрат.

$$\sum_j \sum_t \frac{P_{jt}Y_{jt}}{P_{it}\hat{X}_{it}} (\text{Ratio}_{ijt} - \hat{\gamma}_{ij}\hat{\beta}_{jt})^2 \quad (77)$$

Вычисляем отношение значений (77) для постоянных и для переменных $\hat{\beta}_{jt}$ при соответствующих $\hat{\gamma}_{ij}$ для каждого сектора i , также для зарплаты. Из упорядоченного по этому отношению списка секторов видно, из каких секторов и как затраты связаны с прибылью. Можно предполагать, что отношение значений (77) при переменных $\hat{\beta}_{jt}$ увеличится для секторов, доля затрат из которых растёт с ростом доли прибыли. Нежели чем для секторов, предоставляющих что-то сравнительно менее длительного пользования, расходные материалы. Особенно по сравнению с зарплатой.

$$\sum_{i,W} \sum_j \frac{P_{jt}Y_{jt}}{P_{it}\hat{X}_{it}} (\text{Ratio}_{ijt} - \hat{\gamma}_{ij}\hat{\beta}_{jt})^2 \quad (78)$$

Заодно посчитаем отношение значений (78) для каждого t . Упорядоченный список периодов покажет, в каком году заметнее отклонения от некоторого среднего.

$$\sum_t \frac{P_{jt}Y_{jt}}{P_{it}\hat{X}_{it}} (\text{Ratio}_{ijt} - \hat{\gamma}_{ij}\hat{\beta}_{jt})^2 \quad (79)$$

Аналогично считаем отношение значений (79) для каждого i и j , а также для зарплаты при каждом j . Можно ожидать по результатам анализа корреляций, например, что в секторе $j = 29$ из сектора электрооборудования значение (79) при переменных $\hat{\beta}_{jt}$ даже увеличится, поскольку доля затрат на электрооборудование в секторе 29 положительно коррелирована с долей прибыли.

Итого, хотя наша модель соответствует данным не вполне, но предложенное аналити-

ческое представление из отношений значений взвешенной суммы квадратов отклонений при постоянных и при переменных $\hat{\beta}_{jt}$ показывает, как структура затрат \mathbf{v} в отдельных секторах и \mathbf{uz} из отдельных секторов связана с прибылью.

Проведены вычисления по данным ИНП РАН за 9 периодов 2005–2013. В строку «Добавленная стоимость» суммируются строки «Валовая оплата труда», «Валовая прибыль», «Валовый смешанный доход» (когда прибыль вместе с зарплатой не разделяются, во многих секторах равен 0), а также ещё «Другие налоги за вычетом субсидий». Ещё строка «Чистые налоги на продукты на использованные товары и услуги», которые вместе с «Итого использовано (промежуточного потребления)» и «Добавленной стоимостью» складываются в «Выпуск». При этом строки «Транспортная наценка» и «Торгово-посредническая наценка» в «Выпуск» непосредственно не складываются, но, должно быть, учтены в каких-то других показателях затрат. Результаты вычислений очень чувствительны к тому, как учитываются две строки про налоги и смешанный доход. Реализован вариант, когда «Чистые налоги на продукты на использованные товары и услуги» и «Налоги за вычетом субсидий» рассматриваются как отдельные специфические сектора, затраты из которых могут быть отрицательными. А «Смешанный доход» поделен пропорционально зарплате и прибыли, и полученные части отнесены соответственно к зарплате и к прибыли.

Результаты вычислений представлены в Приложении 1. Основным показателем рассматривается отношение значений взвешенной суммы отклонений при переменной норме прибыли (в числителе) и при постоянной норме прибыли (в знаменателе). Упорядоченный список \mathbf{v} построен на основе отношений значений (76). Упорядоченный список \mathbf{uz} построен на основе отношений значений (77). А также представлена таблица из отношений значений (79).

Проведённый анализ интересен интерпретируемостью результатов. Примечательно, что сектор 2 «Добыча сырой нефти» оказался вверху упорядоченного списка « \mathbf{uz} » в основном за счёт одного только сектора 11 «Производство нефтепродуктов», затраты из сектора 2 составляют почти половину всех затрат в секторе 11.

Заключение

В работе изучались многосекторные модели, на основе которых исследуется реакция экономики на шоки, такие как шоки производительности (шоки предложения) и шоки госрасходов (шоки спроса).

Построены модификации моделей, формализующие действия государства, выведены значения переменных модели в равновесии и выражение для реакции выпуска на шоки госрасходов. Модификация, когда выбор госрасходов при заданном уровне налогов формализован соответствующей функцией полезности государства. И модификация, когда в частную функцию полезности госрасходы входят в сумме с частными. Что способствует пониманию возникновения шоков госрасходов.

Изучены подходы к моделированию прибыли, и предложена многосекторная модель, объясняющая значение нормы прибыли и её роль в структуре издержек. Изменения нормы прибыли так же выступают источником шоков, которые через технологические связи усиливаются и распространяются по экономике.

Предложена модификация многосекторной модели с несовершенной конкуренцией и дополнительным финансовым ограничением для анализа последствий изменения налоговой системы.

Для многосекторных моделей с производственной функцией CES изучена методология анализа реакции выпуска на шоки производительности, построена модификация модели для исследования реакции выпуска на шоки госрасходов.

По данным российских таблиц Затраты-Выпуск анализировалось, как их динамика соответствует структуре с общей переменной нормой прибыли при относительно стабильных технологических коэффициентах. В наблюдаемых коэффициентах затрат разделяются собственно технологические коэффициенты и решения фирм по максимизации прибыли в условиях рыночных и финансовых ограничений. Из предварительных наблюдений обнаружено, что в разных секторах такая структура поддерживается в разной мере, а некоторые доли затрат своеобразно связаны с долей прибыли. Предложено аналитическое представление на основе отношений значений взвешенной суммы квадратов отклонений при постоянной и при переменной норме прибыли. Которое показывает, как структура затрат в отдельных секторах и из отдельных секторов связана с прибылью.

Список литературы

- [1] Иващенко Сергей. *ДСОЭР модель России с 5 секторами*. — Европейский университет в Санкт-Петербурге, Факультет экономики. Препринт Ес-01/15, 25 с.
- [2] А.В. Леонидов, Е.Е. Серебрянникова. *Динамическая модель несовершенной конкуренции в многосекторной экономике*. Управление в социально-экономических системах. Проблемы управления №4, 2017.
- [3] Daron Acemoglu, Ufuk Akcigit, William R. Kerr. *Networks and the Macroeconomy: An Empirical Exploration*. Bank of Finland Research Discussion Papers, 2015.
- [4] David Rezza Baqaee. *Cascading Failures in Production Networks*. 2016. Meeting Papers 402, Society for Economic Dynamics.
- [5] David Rezza Baqaee (LSE), Emmanuel Farhi (Harvard). *The Macroeconomic Impact of Microeconomic Shocks: Beyond Hulten's Theorem*. March 16, 2017 <http://www.nber.org/papers/w23145>
- [6] Jean-Pascal Bénassy. *The Macroeconomics of Imperfect Competition and Nonclearing Markets. A Dynamic General Equilibrium Approach*. The MIT Press, 2002.
- [7] Saki Bigio, Jennifer La'O. *Financial Frictions in production networks*. 2016, NBER Working Paper 22212.
- [8] Julius Bonart, Jean-Philippe Bouchaud, Augustin Landier, and David Thesmar. *Instabilities in large economies: aggregate volatility without idiosyncratic shocks*. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2014(10):P10040, 2014.
- [9] Carvalho, Vasco M. and Nirei, Makoto and Saito, Yukiko and Tahbaz-Salehi, Alireza. *Supply Chain Disruptions: Evidence from the Great East Japan Earthquake*. (December 3, 2016). Becker Friedman Institute for Research in Economics Working Paper No. 2017-01. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2893221> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2893221>
- [10] Andrew T. Foerster, Pierre-Daniel G. Sarte, Mark W. Watson. *Sectoral versus Aggregate Shocks: A Structural Factor Analysis of Industrial Production*. Journal of Political Economy, 2011, vol. 119, no. 1 2011 by The University of Chicago.

Приложение 1

Упорядоченный список секторов⁴, структура затрат в которых лучше соответствует исследуемой концепции общей переменной нормы прибыли при относительно стабильных технологических коэффициентах.

Производство машин и оборудования	19	0.29
Производство нефтепродуктов	11	0.33
Текстильное и швейное производство (включая производство кожи и изделий)	8	0.36
Производство электрооборудования	21	0.41
Строительство	30	0.42
Производство пищевых продуктов, включая напитки, и табака	7	0.43
Связь и телекоммуникации	34	0.43
Производство цветных металлов	17	0.46
Производство и ремонт морского транспорта	25	0.46
Добыча прочего топлива, производство кокса и ядерных материалов	5	0.50
Добыча угля	4	0.51
Добыча сырой нефти	2	0.51
Операции с недвижимым имуществом, предоставление услуг	36	0.56
Компьютерные и сопутствующие услуги	38	0.58
Добыча металлических руд и прочих ископаемых, кроме топливных	6	0.59
Производство мебели и вторичная переработка	28	0.60
Оптовая и розничная торговля, ремонт	31	0.64
Другие предпринимательские услуги	40	0.64
<i>Общее отношение взвешенных сумм квадратов отклонений</i>	<i>All</i>	<i>0.64</i>
Гостиницы и рестораны	32	0.64
Производство металлических продуктов, за исключением машин и оборудования	18	0.67
Сельское и лесное хозяйство, охота и рыболовство	1	0.68
Производство черных металлов	16	0.72
Добыча природного газа	3	0.74
Производство прочих неметаллических минеральных продуктов	15	0.78
Здравоохранение	43	0.79
Финансы и страхование	35	0.79
Образование	42	0.80
Другие общественные, социальные и частные услуги	44	0.80
Научные исследования и разработки	39	0.82
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	29	0.83
Производство резиновых и пластмассовых изделий	14	0.88
Химическое производство (включением фармацевтики)	12	0.89
Транспортировка и хранение	33	0.89
Государственное управление, оборона и обязательное социальное страхование	41	0.92
Производство воздушного транспорта и ракетостроение	26	0.92
Сдача внаем машин и оборудования	37	0.95
Производство офисной, счетной и компьютерной техники	20	0.97
Производство железнодорожного транспорта и транспортного оборудования	27	0.99
Целлюлозно-бумажное производство, издательская и полиграфическая деятельность	10	1.14
Производство транспортных средств и оборудования	24	1.14
Обработка древесины и производство изделий из дерева	9	1.16
Производство медицинского, точного и оптического оборудования	23	1.22
Производство фармацевтической продукции	13	2.24
Производство радио-, теле-, и коммуникационного оборудования	22	2.68

⁴Названия секторов убраны из-за требований антиплагиата.

Упорядоченный список секторов⁵, структура затрат *из* которых лучше соответствует исследуемой концепции общей переменной нормы прибыли при относительно стабильных технологических коэффициентах.

Добыча сырой нефти	2	0.09
Производство воздушного транспорта и ракетостроение	26	0.21
Добыча металлических руд и прочих ископаемых, кроме топливных	6	0.24
Производство металлических продуктов, за исключением машин и оборудования	18	0.25
Добыча природного топлива, производство кокса и ядерных материалов	5	0.26
Производство прочих неметаллических минеральных продуктов	15	0.27
Текстильное и швейное производство (включая производство кожи и изделий)	8	0.31
Производство пищевых продуктов, включая напитки, и табака	7	0.33
Производство мебели и вторичная переработка	28	0.44
Производство черных металлов	16	0.45
Сельское и лесное хозяйство, охота и рыболовство	1	0.45
Оплата труда	W	0.46
Производство цветных металлов	17	0.47
Химическое производство за исключением фармацевтики	12	0.48
Добыча угля	4	0.51
Другие налоги за вычетом субсидий	T2	0.54
Другие предпринимательские услуги	40	0.58
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	29	0.58
Производство нефтепродуктов	11	0.59
Служба внаем машин и оборудования	37	0.60
Научные исследования и разработки	39	0.63
<i>Общее отношение взвешенных сумм квадратов отклонений</i>	All	0.64
Численность налогов на продукты на использованные товары и услуги	T1	0.65
Финансы и страхование	35	0.65
Обработка древесины и производство изделий из дерева	9	0.74
Образование	42	0.80
Транспортировка и хранение	33	0.81
Производство резиновых и пластмассовых изделий	14	0.84
Другие общедоступные, социальные и частные услуги	44	0.88
Компьютерные и сопутствующие услуги	38	0.91
Государственное управление, оборона и обязательное социальное страхование	41	0.91
Добыча природного газа	3	0.97
Строительство	30	0.97
Здравоохранение	43	1.04
Производство офисной, счетной и компьютерной техники	20	1.06
Оптовая и розничная торговля, ремонт	31	1.07
Операции с недвижимым имуществом, предоставление услуг	36	1.10
Связь и телекоммуникации	34	1.11
Производство железнодорожного транспорта и транспортного оборудования	27	1.17
Производство медицинского, точного и оптического оборудования	23	1.20
Производство фармацевтической продукции	13	1.24
Гостиницы и рестораны	32	1.27
Производство и ремонт морского транспорта	25	1.30
Целлюлозно-бумажное производство, издательская и полиграфическая деятельность	10	1.45
Производство машин и оборудования	19	1.61
Производство электрооборудования	21	2.02
Производство радио-, теле-, и коммуникационного оборудования	22	2.95
Производство транспортных средств и оборудования	24	4.57

⁵Названия секторов убраны из-за требований антиплагиата.

