

1. Краткая аннотация дисциплины (курса);

Курс теоретической механики и теории относительности призван познакомить слушателей с рядом фундаментальных идей, понятий и методов современной физики на примере относительно простых и интуитивно понятных задач механики. При этом общность используемых понятий и методов выходит далеко за рамки собственно механики и теории относительности. В частности, вариационные методы, которым уделено особое внимание в курсе, активно используются в теории поля и квантовой теории а гамильтонов подход необходим для построения квантовой теории и в теории нелинейных волн. Отдельное внимание в курсе также уделено понятию симметрий и их приложениям в конкретных задачах, в частности связи симметрий с законами сохранения. Изложение специальной теории относительности и релятивистской механики основано на 4-ех векторном формализме. При этом акцент делается на понятиях пространства-времени, причинности, интервала и его симметрий, массы и энергии.

2. Наиболее важные приёмы и технические результаты, которыми слушатели курса должны владеть на момент начала его освоения;

Основы линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа. Базовые знания по механике (системы отсчета, законы Ньютона) на хорошем школьном уровне. Желательно знакомство с обыкновенными дифференциальными уравнениями, вариационным исчислением, и механикой на уровне курса общей физики.

3. Предварительный календарный план занятий, примерные темы лекционных и семинарских пар;

Всего 20 пар. 4 недели, по 4 лекции и 1 семинару в неделю.

Примерные темы лекционных пар:

1. Введение. Пространство и время. Система отсчета. Принцип относительности Галилея.
2. Конфигурационное пространство (многообразие) механической системы. Обобщенные координаты и скорости.
3. Многообразия и локальные координаты. Касательные вектора.
4. Кинематика. материальная точка, набор материальных точек, твердое тело (углы Эйлера, угловая скорость).
5. Семинар: разбор базовых примеров и задач. В частности, различные системы координат и переходы между ними (сферические и цилиндрические).

6. Динамика. Уравнения движения. Принцип наименьшего действия и функция Лагранжа.
 7. Функции Лагранжа и уравнения движения простых систем: материальная точка в потенциальном поле, гармонический осциллятор.
 8. Симметрии и законы сохранения. Энергия и импульс. Момент Импульса. Теорема Нетер. Примеры: материальная точка и твердое тело.
 9. Использование законов сохранения. Разделение переменных. Пример: Задача Кеплера. Законы Кеплера.
 10. Семинар: разбор базовых примеров и задач. В частности, поиск подходящих обобщенных координат, построение функции Лагранжа, поиск симметрий и циклических переменных.
 11. Гамильтонов формализм. Скобка Пуассона, функция Гамильтона и уравнения Гамильтона.
 12. Канонические преобразования. Теорема Лиувилля. Приложения.
 13. Симметрии и законы сохранения в Гамильтоновой формулировке.
 14. Интегрируемость. Переменные действие-угол.
 15. Семинар: разбор базовых примеров и задач. В частности, свойства скобок Пуассона; использование канонических преобразований; построение функций Гамильтона.
 16. Пространство и время в релятивистской физике. Понятия события, одновременности, прошлого и будущего. Скорость света. Интервал.
 17. Преобразования Лоренца. Пространство Минковского, метрика. сокращение времени и длины. 4-ех векторы.
 18. Функции Лагранжа релятивистских систем. Пример: релятивистская частица (свободная и во внешнем поле).
 19. Энергия и импульс. Эквивалентность массы и энергии. 4-ех вектор энергии-импульса.
 20. Семинар: разбор базовых примеров и задач. В частности, сложение скоростей; сокращение длины и замедление времени; движение заряженной частицы во внешнем электро-магнитном поле;
4. Соотнесение с содержанием программ дисциплин, изучаемых на предыдущих и последующих этапах обучения (на основе учебного плана, согласуется с деканом Озерной школы Университета Дмитрия Пожарского и руководителем магистратуры соответствующего направления);

Курс связан с курсом прикладной математики, изучаемым в предыдущем блоке.

Необходим для курсов “Квантовая механика”, “Электродинамика и гравитация”, “Динамические системы”

Желателен для курсов “Статистическая физика”, “Геометрическая теория групп”, “Дифференциальная геометрия”

5. Примерный список задач, не менее 5-7 на каждую неделю курса (либо иной способ отчетности, наиболее соответствующий курсу). Описание того, как выглядит отчётность по курсу. Советы по освоению литературы слушателями.

– неделя 1

1. Точка движется по закону $x = 2\sin(2t)$, $y = 3 + 3\cos(4t)$. Найти выражения для скорости, ускорения точки и радиус кривизны траектории как функции времени.
2. Записать то же движение в системе отсчета движущейся со скоростью $v_x = 2$, $v_y = 3$ и такой что при $t = 0$ $x = y = 0$. То же для системы отсчета, вращающейся вокруг точки $x = x_0$, $y = y_0$ с угловой скоростью ω . В частности для $x_0 = 0$, $y_0 = 3$.
3. Записать то же движение в удобных для данной задачи полярных координатах.
4. Пусть конфигурационное многообразие задано связями $F_\alpha(x) = 0$ в \mathbb{R}^n . Задать соответствующее фазовое пространство (касательное расслоение над конфигурационным) как поверхность в \mathbb{R}^{2n} .
5. материальная точка падает вертикально по действием силы тяжести и силы трения kv . Найти закон движения и предельную скорость падения.

– неделя 2

1. Две точки массы m соединены жестким невесомым стержнем длины l , который может двигаться по окружности радиуса R . Ввести подходящие координаты и записать в них функцию Лагранжа данной системы.
2. Найти функцию Лагранжа и уравнения движения для сферического маятника.
3. То же для двойного маятника с массами m_1 , m_2 и длинами l_1 , l_2 .
4. Найти законы сохранения для материальной точки в цилиндрически-симметричном потенциале.

5. То же для материальной точки в сферически-симметричном потенциале.
6. Найти и проинтегрировать уравнения движения для материальной точки в однородном поле тяжести, движение которой ограничено вертикальным конусом с углом при вершине 2α .
7. Определить форму кривой при движении по которой в поле тяжести частота колебаний вокруг положения равновесия не зависит от амплитуды.

– неделя 3

1. Найти функцию Гамильтона мат. точки в потенциале U в декартовой, цилиндрической, и сферической системах координат.
2. Найти функцию Гамильтона мат. точки в потенциале U в равномерно вращающейся системе отсчета.
3. Найти скобки Пуассона декартовых компонент M_x, M_y, M_z углового момента материальной точки. То же для системы из n точек.
4. В гамильтоновом формализме найти явный вид законов сохранения для частицы в сферически-симметричном потенциале. То же для цилиндрически-симметричного потенциала.
5. Материальная точка массы m движется в потенциале, зависящем только от z и $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Найти производящую функцию канонического преобразования, отвечающего переходу в систему отсчета, равномерно вращающуюся вокруг оси z . Записать функцию Гамильтона и канонические уравнения в такой системе отсчета.

– неделя 4

1. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы 10 нс. Найдите путь, пройденный этой частицей до распада в неподвижной системе отсчета, если ее время жизни в ней 20 нс.
2. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость 0.5. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения частицу со скоростью 0,75 относительно ускорителя. Определите скорость частицы относительно ядра.
3. Найти закон преобразования ковариантного симметричного тензора при преобразованиях Лоренца.
4. Найти закон движения частицы движущейся по прямой и равноускорено в собственной системе отсчета.

5. Находящийся в покое мезон массы π распадается на мезон массы μ и нейтрино нулевой массы. Найти кинетическую энергию (т.е. энергию без учета энергии покоя) мезона массы μ .
 6. Найти закон движения заряженной частицы в постоянном электрическом поле.
 7. Найти закон движения заряженной частицы в постоянном магнитном поле.
6. Обеспечение литературой для дальнейшего глубокого погружения в дисциплину, в том числе, если потребуется, ссылки на научные статьи, определяющие текущий облик данной дисциплины, а также перечисление учебников разного уровня.

Список литературы

- [1] Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. Механика, Издание 4-е, исправленное. М.: Наука, 1988. 215 с
- [2] Голдстейн Г., Пул Ч., Сафко Дж. Классическая механика. — М.: РХД, 2012. — 808 с
- [3] Арнольд В.И. Математические методы классической механики, 5-е изд. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 416 с.
- [4] Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической динамике. 2005 год. 320 стр.
- [5] Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. Теория поля. Издание 7-е, исправленное. М.: Наука, 1988.
- [6] Kibble T.W.B., Berkshire F.H., Classical mechanics, Imperial College Press, 2004