

Университет Дмитрия Пожарского

**Программа дисциплины**

**«Статистическая физика»**

Курс “Статистическая физика” имеет своей целью овладение базовыми понятиями, моделями и методами статистической физики – одной из наиболее развитых областей физики, идеи которой находят многочисленные приложения в экономике и социально-экономической статистике; на их стыке возникла новая наука - “Эконофизика”. Знание термодинамики необходимо для изучения свойств всех веществ – от газов до кристаллов и полимеров, а также понимания работы различных “моторов” – от активных нанороботов до ракетных двигателей.

1. Аннотация курса:

 Основные понятия термодинамики, статистическая физика газов, жидкостей, твердых тел и полимеров, жидкие и твердые растворы и расплавы, электролиты, гидродинамика идеальной и вязкой жидкостей, динамика полимеров, ветвящиеся и Марковские процессы.

2. Слушатели курса на момент начала его освоения должны владеть математикой в объеме дифференциального и интегрального исчисления, знать и уметь пользоваться основными понятиями теории вероятности, квантовой механики и электродинамики.

3. Предварительные темы лекционных и семинарских пар:

1. Первое начало термодинамики: Температура, внутренняя энергия. Молекулярно-кинетическая теория. Работа и количество тепла. Идеальный газ. Газ Ван-дер-Ваальса.

2. Второе начало термодинамики: Энтропия: термодинамическая и Шенона, теорема Нернста. Число состояний и фазовое пространство, теорема Лиувилля, закон возрастания энтропии. Обратимые (адиабатические) и необратимые процессы , эргодичность. Принцип Ле-Шателье, тепловая машина (цикл Карно). Типы процессов,ансамбли и их термодинамические потенциалы***.*** Распределение Гиббса и Больцмана, барометрическая формула, аналогии в экономике

3. Газы и жидкости: Степени свободы: трансляционные, ротационные и вибрационные, теорема о равнораспределении. Распределение Максвелла. Фазовые переходы, теплота испарения (конденсации), плавления (кристаллизации). Уравнение Клапейрона-Клаузиуса. Диаграмма состояний. Звуковые волны, волновое уравнение.

4. Жидкое состояние: Поверхностное натяжение, Формула Лапласса, растекание по поверхности, смачивание и капиллярные силы, капиллярные волны

5. Гидродинамика идеальной жидкости: Уравнение Эйлера, Бернули, двухмерный поток. Гравитационные и внутренние волны.

6. Гидродинамика вязкой жидкости: вязкость обычных жидкостей и полимеров. Уравнение Навье-Стокса, граничные условия, течение по трубе и через пористые среды. Формула Стокса. Число Рейнольдса: Ламинарное и турбулентное течения.

7. Растворы: правило фаз Гиббса, слабые растворы, Осмотическое давление, давление пара, равновесие по отношению к растворенному веществу (зонная очистка в металлургии). Энтропия смешения газов.

8. “Твердые” вещества (кристаллы и сплавы): Типы кристаллов, Модель Изинга и решеточная модель жидкости/твердого тела, фазовые диаграммы бинарных смесей, эвтектики. Равновесие фаз, фазовые переходы I и II рода, бинодаль, критические точки, уравнение Гиббса-Дюгема.

9. Спинодальный распад: Образование зародышей, гомогенное и гетерогенное зарождение, стадия коалесценции, теория Лифшица-Слезова, кристаллизация расплавов, аналогии в экономике

10. “Мягкие” вещества (полимеры): “ожившие” Фейнмановские диаграммы. Методы приготовления (полимеризация и поликонденсация) и архитектура (линейные, щетки, мицеллы, разветвленные, сетки). Гауссовая полимерная цепочка.

Взимодействия мономеров в цепи - исключенный объем. Метод Флори. Статсумма как интеграл по траектории. Переход клубок – глобула.

 Адсорбция полимеров на поверхности. Энтропия и энергия смешения. Эдвардсовская экранировка взаимодействий в расплавах, фазовая диаграмма полимерного раствора.

11. Динамика полимеров: модели Рауза и Зима. Вязкоупругость, коллективные моды

12. Электролиты: Ионы, катионы, потенциал и радиус Дебая-Хюккеля*,* электрофорез. Полиэлектролиты, конденсация контрионов, полиэлектролитные гели

13. Ветвящиеся процессы: Модель Изинга и перколяция на Бете решетке, переходы золь – гель, циклы - как устроены полимерные сетки.

14. Полимерные сетки: Упругость сеток, перколяционные сетки, набухание и фазовые переходы, Кинетика полимерных сеток, “Супер”-сетки (скользящие, сверх-упругие, сверх-прочные, самозалечивающиеся и активные моторы)

15. Марковские процессы: Уравнения Ланжевена и Фоккера-Планка, их связь. Броуновская диффузия. Диффузия квантовой частицы с трением, Задача о достижении границы, применение к химическим реакциям.

 16. Аномальная диффузия: слабое нарушение эргодичности. Чем занимается Микрореология? MSD и Функции распределения, параметр негауссовости. Универсальность биологических, социальных и технологических систем*.* Физические модели: фрактальная диффузия, полеты Леви (“мусорная ДНК”). Continuous Time Random Walk и ее связь с моделью активационных прыжков.

\_\_\_\_

4. Курс “Статистическая физика” является первой частью цикла лекций о статистической физике сложных систем и необходимой ступенью для овладения второй частью “Статистическая физика II”; изложение материала опирается на знание студентами основ теории прикладной математики, комбинаторики, теории вероятности и квантовой механики; обеспечена логическая связь «Основ квантовой оптики» с курсом “Динамические системы”.

5. Примерный список задач:

- При передаче сообщения (текста) состоящего из 100 двоичных знаков произошли искажения, так что значения 10 знаков стали неопределенными. Найти энтропию *S* и количество информации *I* полученного текста.

-Записать выражения для свободной энергии, термодинамического потен­циала Гиббса и энтальпии идеальною газа.

- Как изменяется в процессе цикла Карно с идеальным газом сумма энтропий термостата-нагревателя и термостата-холодильника? Выберите правильный вариант:

a) a)Увеличивается на величину, пропорциональную произведенной газом механической работы.

b)  Не изменяется.

с) Уменьшается на величину, пропорциональную произведенной газом механической работы.

- В квазистатическом изотермическом процессе (*Т*=const) объем идеального газа изменился на величину *V = V2-V1* > 0. Как изменилась энтропия газа? *N* - число молекул идеального газа.

- Где находится область сосуществования фаз на фазовой PV-диаграмме пар-жидкость? Выберите правильный вариант:

a) Между бинодалью и спинодалью.

b) В области, ограниченной спинодалью (внутри спинодали).

c) Во всей области, ограниченной бинодалью (внутри бинодали).

- Рассмотрим систему *N* частиц, энергия каждой частицы может принимать два и только два различных значения, 0 и *E* (*E*>0). Обозначим через *n*0 и *n*1 чисел заполнения энергетических уровней 0 и *Е* соответственно. Полная энергия системы является *U*. Выберите правильный вариант:

1. Найти энтропию такой системы.
2. Найти наиболее вероятные значения *n*0 и *n*1 и среднеквадратичные флуктуации этих величин.
3. Найти температуру как функцию *U*, и показать, что она может быть отрицательной.
4. Что произойдет, когда система с отрицательной температурой будет в теплообмене с системой с положительной температурой?

- Найти уравнения, описывающие адиабатическое состояние идеального газа.

- При каком условии возможно существование метастабильного фазового состояния при фазовом переходе 2-рода? Выберите правильный вариант:

a) Если поверхностная энергия границы раздела фаз больше критического значения.

b) Если поверхностная энергия границы раздела фаз меньше критического значения.

c) Ни при каком.

- Вывести силу, действующую на пористое тело со стороны текущей через него жидкости.

- Рассмотрим идеальный газ двухатомных молекул.

1. Вычислить статсумму канонического ансамбля, *Q*, связанную с вибрационными степенями свободы.
2. Получить среднюю энергию на молекулу, из *Q*
3. Вычислить удельную теплоемкость, связанную с колебаниями молекул.

- Найти зависимость от температуры теплоты фазового перехода жидкость-пар.

- Вычислить свободную энергию полимерной цепи в капиллярной трубке.

- Вычислить модуль сдвига полимерной сетки в расплаве.

- Какие циклы не вносят вклада в сдвиговый модуль упругости полимерной сетки?

- Как обобщить уравнения ветвящегося процесса при учете случайности характеристик каждого узла Бете решетки (не зависящих друг от друга)?

- Подумайте, может ли уравнение Шредингера описать квантовую частицу с трением?

- Какой профиль скорости электролита вокруг заряженного шарика во внешнем электрическои поле? А в случае заряженной трубки?

- Найти вероятность выживания частицы дифундирующей между двумя параллельными поглощающими плоскостями.

- При закручивании палки (вдоль ее оси) в воде локальный уровень воды поднимается или опускается? Почему? То-же самое – в жидком полимере.

- Вычислить закон аномальной диффузии конца идеальной полимерной цепочки на временах малых по сравнению с ее временем релаксации.

- В модели Continuous Time Random Walk со степенным распределением времен прыжков *p~t-1-a* вычислить среднеквадратичное смещение частицы.

В качестве отчетности студенты должны предоставить решение задач по теме курса, которые будут представлены и наиболее трудные моменты которых будут разобраны на семинарских заданиях. Кроме того, студенты могут выбрать тему из курса для более глубокого изучения и предоставить по ней реферат.

6. Литература:

*Ч. Киттель*, Статистическая термодинамика. — М.: Наука, 1977.

*Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. 4.1. — М.: Наука, 1976.

*Де Жен. П.* Идеи скейлинга в физике полимеров. — М.: Мир, 1982.

*Дой М., Эдвардс С.* Динамическая теория полимеров. — 2-е изд. — М.: Мир, 1998.

Для более глубокого изучения фазовых переходов, происходящих в многочисленных физических, биологических и социальных системах:

*R. V. Solé*, Phase transitions. Princeton, N.J: Princeton University Press, 2011.

**Статистическая физика II**

Курс “Статистическая физика II” продолжает развитие идей предыдущего курса “Статистическая физика”. В нем дается углубленное изучение статистической физики периодически организованных структур (полимерных цепей, кристаллов), сил и химических реакций, приводящих к такой самоорганизации, а также неравновесных явлений в таких средах (распространение электронов, фотонов, фононов и т.д.).

1. Аннотация курса: Флуктуации и неравновесная термодинамика, кристаллы и само-формирующиеся структуры, статистика квантовых частиц, в том числе электронов, фотонов и фононов, магнетики, силы Ван-дер-Ваальса, диэлектрики, проводники, сверхпроводники, термодинамика химических реакций и кинетическая теория, явления переноса, повреждения при облучении.

2. Слушатели курса на момент начала его освоения должны владеть основными представлениями курсов математики, “Теории вероятности” и “Квантовой механики”, “Теории групп”, “Электродинамики”, “Механики”, “Динамических систем” и “Статистической физики”.

3. Предварительные темы лекционных и семинарских пар:

1. Флуктуации: корреляции, отклик и Флуктуационно-Диссипативная Теорема. Вероятность флуктуаций, нормальное распределение, дисперсия.

2. Неравновесная свободная энергия: принцип максимума свободной энергии, Теория фазовых переходов Ландау, параметр порядка, критерий Гинзбурга.

3. Симметрия кристаллов:Решетка Бравэ, основные кристаллические классы и пространственные группы, обратная решетка, нематические и холестерические жидкие кристаллы.

 4. Само-формирующиеся структуры: Микрофазное расслоение полимеров, жидкокристаллическое упорядочение. Поверхностно-активные вещества и липиды в воде, амфифильные молекулы, мицеллы, двойные слои и “пузыри”, ионные насосы и микроканалы.

5. Статистика элементарных частиц: бозоны и фермионы, принцип Паули, Функции распределения, вывод из максимума энтропии, вырожденный электронный и бозе газы,Бозе-конденсация, черное излучение, сверхтекучесть.

6. Электроны в металле: Поверхность Ферми, электроны и дырки, Электроны в металлах. Энергия Ферми и квазичастицы, Теория Друде.

7. Фононы в кристалле: критерии плавления, модели Эйнштейна и Дебая, операторы рождения и уничтожения фононов.

8. Магнетики: Модели Изинга, Гейзенберга, теория среднего поля. Антиферро- и ферромагнетики. Осцилляции RKKY взаимодействия спинов. Спиновые волны, их спектр.

9. Межмолекулярные и поверхностные силы: Типы взаимодействия молекул, Ван-дер-Ваальсовские силы, потенциал Ленард-Джонса, Силы взаимодействия между поверхностями, Электростатические силы. Уравнения Пуассона-Больцмана и Дебая-Хуккеля.

10. Диэлектрики и полупроводники: p-n переход, принципы работы диодов, транзисторов, светодиодов - “старая” элементная база.

11. Сверхпроводимость: притяжение электронов в решетке и куперовские пары. Теория БКШ.

12. Теория Гинзбурга-Ландау: сверхпроводящий ток, Поверхностное натяжение, сверхпроводники I и II рода, вихревые нити. Джозефсоновские контакты, π-контакты (SFS), сквиды – принципы работы “новой” элементной базы.

13. Термодинамика химических реакций:закон Аррениуса, закон действующих масс. Диффузионно (компактное и некомпактное прохождение) - и реакционно- контролируемые реакции.

14. Кинетическое уравнение Больцмана: Интеграл столкновений, Принцип детального равновесия, H-теорема Больцмана, приближение времени релаксации.

15. Явления переноса: Теплопроводность, граничные условия, конвекция

Диффузия, коэффициенты диффузии и самодиффузии, подвижность и соотношение Эйнштейна, симметрия кинетических коэффициентов Онсагера.

16. Неравновесные явления: Инверсная среда, принцип работы лазеров.

Ядерные реакции. Повреждения конструкционных материалов при облучении.

\_\_\_\_

4. Курс “Статистическая физика II” является продолжением курса “Статистическая физика” цикла лекций о статистической физике сложных систем и необходимой ступенью для овладения курсом “Физика сложных систем”; изложение материала опирается на знание студентами основ теории прикладной математики, теории вероятности и квантовой механики, а также электродинамики и геометрической теории групп; обеспечена логическая связь с курсом “динамические системы”.

5. Примерный список задач:

- Найти распределение максимума из *N* одинаково распределенных случайных Гауссовых величин.

- Найти равновесное значение параметра порядка для системы, имеющей следующий вид разложения в ряд свободной энергии по степеням параметра порядка

$$F(p,T,φ)=F\_{0}(p,T)+Aφ^{2}-Cφ^{3}+Bφ^{4}$$

считая, что *А=а(Т-Т\*)* и *a, C*и*B*– положительные константы. Показать, что в такой системе имеет место фазовый переход I рода и определить температуру фазового перехода.

- Показать, что в предыдущей модели симметричная фаза абсолютно неустойчива при температурах *T<T\*.* Найти температуру спинодали *Tsp*, при которой теряет устойчивость несимметричная фаза.

- Чем отличается теория Ландау от теории среднего поля? Выберите правильный вариант:

a) Тем, что в теории Ландау учитываются пространственные корреляции параметра порядка.

b) Теория Ландау тождественна теории среднего поля

c) Тем, что в теории Ландау не учитываются пространственные корреляции параметра порядка.

- Какое предположение о характере межмолекулярного взаимодействия приводит к теории среднего поля? Выберите правильный вариант:

a) Потенциал межмолекулярного взаимодействия не зависит от расстояния между молекулами.
b) Потенциал межмолекулярного взаимодействия стремится к предельному значению (величине молекулярного поля) при увеличении расстояния между молекулами.

c) Потенциал межмолекулярного взаимодействия равен нулю при расстоянии между молекулами больше критического (определяемого из условия сохранения внутренней энергии системы).

- Какое условие является одним из критериев применимости теории Ландау? Выберите правильный вариант:

a) Условие малости флуктуации параметра порядка по отношению к его равновесному значению.

b) Условие малости среднего значения параметра порядка по сравнению с его термодинамическими флуктуациями.

c) Условие примерного равенства среднего значения параметра порядка и его флуктуаций.

- Вычислить статистическую сумму одномерной цепочки невзаимодействующих Изинговских спинов во внешнем поле.

- вывести выражение для намагниченности магнитной системы, состоящей из *N* спинов, взаимодействующих друг с другом с одинаковым потенциалом, равным *J/N* в термодинамическом пределе *N->.*

*-* Почему не может существовать дальний ламеллярный порядок в системе с короткодействующими взаимодействиями частиц?

*-* Найти число квантовых состояний фотона в интервале энергий от *E* до *E+dE.*

*-* Найти среднее число частиц в квантовом состоянии без учета принципа тождественности.

- Найти силу Ван-дер-Ваальса между двумя шарами заданного радиуса, находящимися на заданном расстоянии друг от друга.

- Найти элементарную работу поляризации диэлектрика, связанную с движением зарядов, создающих поле.

- Может ли существовать сверхпроводящее состояние магнетиков? Если да, то при каких условиях?

- Притягиваются или отталкиваются вихревые нити в сверхпроводнике II рода?

- Почему сверхпроводники ведут себя в магнитном поле как диамагнетики?

- Найти распределение температуры в пространстве между двумя концентрическими сферами с радиусами *R1* и *R2>R1* заполненном од­нородным теплопроводящим веществом, если температуры сфер *Т1* и *Т2*.

В качестве отчетности студенты должны предоставить решение задач по теме курса, которые будут представлены и наиболее трудные моменты которых будут разобраны на семинарских заданиях. Кроме того, студенты могут выбрать тему из курса для более глубокого изучения и предоставить по ней реферат.

6. Литература:

*Р. Фейнман*, Статистическая механика. Курс лекций. — М.: Мир, 1978.

*Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. — М.: Наука, 1986.

*Лифшиц, Е. М., Питаевский, Л. П.* Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния. — М.: [Физматлит](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%BB%D0%B8%D1%82), [2004](https://ru.wikipedia.org/wiki/2004_%D0%B3%D0%BE%D0%B4).

*Де Жен. П.* Идеи скейлинга в физике полимеров. — М.: Мир, 1982.

Для более глубокого изучения физики твердого тела:

О. Маделунг, *Теория твердого тела*. М: Наука, 1980 (в двух томах).

**Физика сложных систем**

Курс “Физика сложных систем” продолжает развитие идей предыдущих курсов “Статистическая физика” и “Статистическая физика II”. В курсе изучается самоорганизация материи в виде случайных фрактальных и мультифрактальных структур, иерархическая внутренняя структура и память таких систем. Рассматривается срыв жидкого течения в турбулентный режим и свойства турбулентности, топологические дефекты и зацепления, физика разрушения, а также структура и свойства основных биологических объектов - белков, РНК и ДНК.

1. Аннотация курса: Фракталы, ренормализационная группа и скейлинг, мультифракталы, деформированные энтропии и термодинамика мультифракталов, перемежаемость, топологические дефекты, иерархические системы, ассоциативная память, турбулентность, топологические зацепления, биополимеры, физика разрушения материалов.

2. Слушатели курса на момент начала его освоения должны владеть знаниями курсов “Механики”, “Динамических систем”, “Статистической физики” и “Статистической физики II”

3. Предварительные темы лекционных и семинарских пар:

1. Что такое фракталы? Примеры, фрактальная размерность, Самоподобие, фрактальность временных рядов, показатель Херста, применение к финансам.

2. Ренормализационная группа (РГ): – на примере модели Изинга, Фазовая диаграмма и фиксированные точки. Ренормализационная группа для полимеров.

3. Скейлинговое поведение вблизи точек фазового перехода II рода: Аналогия полимер-магнетик, концепция блобов в полимерах, Перколяция и модель Поттса с *n* состояниями (*n*→0), скейлинговое описание бесконечного кластера и решеточных зверей.

 4. Критическая динамика вблизи точки фазового перехода: гидродинамические и флуктуационные движения, гипотеза динамического подобия.

5. Мультифракталы: Спектр мультифрактала и его обобщенная размерность, особенности спектра, фрактальная, информационная и корреляционная размерности.

6. Применение мультифракталов: переход Андерсона, химические реакции, “мультифрактальная прогулка вдоль Уолл-стрит”.

7. Деформированные энтропии: (Реньи и Цаллиса) и распределение Парето, неаддитивность, Деформированная статистика. Термодинамика мультифрактального фазового пространства.

8. Перемежаемость: когда “среднее по больнице” не характеризует систему: Мультипликативный случайный процесс, Случайная кластеризация. Логнормальные случайные процессы. Метод оптимальной траектории: Локализация электронов (а также полимеров) в случайной среде.

9. Топологические дефекты: вакансии и междоузлия, вихри, дислокации и дисклинации в кристаллах, рост кристаллов, Переход Костерлица-Тауллесса, дефекты в жидких кристаллах.

10. Иерархические системы: состояния частичного равновесия: Что такое стекла? Модель Шерингтона – Кирпатрика, старение, ультраметричность состояний и нарушение эргодичности.

11. Турбулентное течение: Переход к турбулентности - два сценария: Ландау и странных аттракторов, удвоение периода, перемежаемость.

12. Развитая турбулентность: иерархия масштабов и распределение энергий, турбулентные струи.

13. Ассоциативная память: Обучающиеся системы: – модель Хопфилда, принцип квантового распознавания.

14. Топологические зацепления в полимерах: Топологические инварианты, решение для двух зацепленных цепей. Модель трубки зацеплений. Расплав полимерных колец – упаковка ДНК в ядре. Динамика зацепленных полимеров, рептационное движение цепочек

 15. Физика биополимеров (ДНК, РНК, белки): Первичная, вторичная и третичная структуры, переходы между ними, эволюционные модели, Принципы секвенирования ДНК.

16. Физика разрушения материалов: Прочность, хрупкое и пластическое разрушение, рост трещин (мультифрактальная модель). Эволюция иерархической дефектной структуры при пластической деформации, вынуждено-эластичный разрыв полимеров.

\_\_\_\_

4. Курс “Физика сложных систем” является продолжением курса “Статистическая физика II” цикла лекций о статистической физике сложных систем; изложение материала опирается на знание студентами основ теории прикладной математики, механики, теории вероятности и квантовой механики, а также электродинамики и геометрической теории групп; обеспечена логическая связь с курсом “Сложные сети”.

5. Примерный список задач:

**-** Найти размерность фракталов Кантора

- Какие характерные значения имеет корреляционная длина вблизи точки фазового перехода? Выберите правильный вариант:

a) Top of Form

a)Много меньше характерного размера потенциала межмолекулярного взаимодействия.

b) Одного порядка с характерным размером потенциала межмолекулярного взаимодействия.

c) Много больше характерного размера потенциала межмолекулярного взаимодействия.

- Какие значения имеют критические индексы корреляционной длины и параметра порядка в теории среднего поля?

- Как связаны между собой критические показатели в теории фазовых переходов 2-го рода? Выберите правильный вариант:

a) Являются независимыми величинами, характеризующими критическое поведение термодинамических коэффициентов, связанных со вторыми производными различных термодинамических потенциалов.

b) Связаны между собой и могут быть выражены через любые два

c) Могут быть разбиты на две группы независимых критических индексов.

- Для перколяции на одномерной решетке найти порог перколяции *pc*, вероятность существования перколирующего кластера, вероятность образования кластера размера *s* и средний размер кластеров.

- Найти корреляционную функцию, корреляционную длину и критический индексы для случая одномерной перколяции.

- построить преобразование ренормгруппы для двумерной модели Изинга на квадратной решетке в отсутствие поля.

- Как изменяется число Рейнольдса в сужениях?

- Привести пример ультраметричных состояний

- Вывести выражение для скорости роста кристалла с учетом диффузионного механизма подвода вещества.

- Вычислить диаметр трубки зацеплений моделируемой квадратичным потенциалом, действующим на мономеры полимерной цепи.

- Что происходит с молекулами яица при его варке?

- С чем связано усиление прочности композитных материалов?

В качестве отчетности студенты должны предоставить решение задач по теме курса, которые будут представлены и наиболее трудные моменты которых будут разобраны на семинарских заданиях. Кроме того, студенты могут выбрать тему из курса для более глубокого изучения и предоставить по ней реферат.

6. Литература:

*А. И. Олемской*, Синергетика сложных систем: Феноменология и статистическая теория. - М.: Красанд, 2009.

*Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. — М.: Наука, 1986

*Лифшиц, Е. М., Питаевский, Л. П.* Физическая кинетика. — изд. 2. — М.: [Физматлит](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%BB%D0%B8%D1%82_(%D0%B8%D0%B7%D0%B4%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE)&action=edit&redlink=1), [2007](https://ru.wikipedia.org/wiki/2007_%D0%B3%D0%BE%D0%B4).

*М. В. Волькенштейн*, *Молекулярная биофизика*. М.: Наука, 1975.

Для более глубокого изучения физики сложных систем:

*Я. Б. Зельдович, С. А. Молчанов, А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов*, “Перемежаемость в случайной среде,” *Успехи Физических Наук*, т. 152, N. 1, C. 3–32, 1987.

*П. А. Головинский*, Математические модели Теоретическая физика и анализ сложных систем От нелинейных колебаний до искусственных нейронов и сложных систем. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.

Для более глубокого изучения ренормгруппы:

*А. З. Паташинский and В. Л. Покровский,* Флуктуационная теория фазовых переходов, 2-e, перер.  М.: Наука, 1982.

Для более глубокого изучения физики иерархического разрушения материалов:

*А. И. Олемской, И. А. Скляр*, “Эволюция дефектной структуры твердого тела в процессе пластической деформации,” *Успехи Физических Наук*, т. 162, N. 6, C. 29, 1992.